

Документ подписан простой электронной подписью
 Информация о владельце:
 ФИО: Стрельникова Светлана Евгеньевна
 Должность: ректор
 Дата подписания: 28.09.2026 16:46:35
 Уникальный программный ключ:
 ed7e7ef871ef28d870011250a92f17921078cc18

**Автономная некоммерческая образовательная организация высшего образования
 «Контур Университет»**



УТВЕРЖДАЮ

С.Е. Стрельникова

28.09.2026 г.

МОДУЛЬ 2. ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫЙ
Теория вероятности и математическая статистика
 рабочая программа дисциплины (модуля)

Учебный план 09.03.03_ИИС_2026.plx
 09.03.03 Прикладная информатика

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **3 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 108

в том числе:

аудиторные занятия 64

самостоятельная работа 42

часов на контроль 2

Виды контроля в семестрах:
 зачеты 4

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	4 (2.2)		Итого	
Неделя	17 1/6			
Вид занятий	уп	рп	уп	рп
Лекции	32	32	32	32
Практические	32	32	32	32
Итого ауд.	64	64	64	64
Контактная работа	64	64	64	64
Сам. работа	42	42	42	42
Часы на контроль	2	2	2	2
Итого	108	108	108	108

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятности и математическая статистика

разработана в соответствии с ФГОС ВО:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки
09.03.03 Прикладная информатика (приказ Минобрнауки России от 19.09.2017 г. № 922)

составлена на основании учебного плана:

09.03.03 Прикладная информатика

Одобрена Ученым советом вуза

Протокол от 15.09.2026 № 05.

Одобрена учебно-методической комиссией

Протокол от 10.09.2026 г. № 01

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.1	Цель освоения дисциплины:
1.2	Формирование у обучающихся системы фундаментальных знаний в области теории вероятностей и математической статистики, развитие способности применять вероятностные и статистические методы для моделирования случайных процессов, оценки рисков, анализа данных, проверки гипотез и прогнозирования в профессиональной деятельности в области информационных систем и технологий.
1.3	Задачи изучения дисциплины:
1.4	Ознакомить обучающихся с основными понятиями и методами теории вероятностей: случайные события, классическое и статистическое определение вероятности, условная вероятность, формулы сложения и умножения вероятностей, схема Бернулли, случайные величины и их распределения, закон больших чисел, центральная предельная теорема;
1.5	Сформировать знания и навыки применения методов математической статистики: выборочный метод, точечные и интервальные оценки параметров распределения, проверка статистических гипотез, корреляционный и регрессионный анализ;
1.6	Развить способность применять вероятностные методы для оценки рисков и прогнозирования в профессиональной деятельности (финансовые риски, надежность информационных систем, анализ рынка);
1.7	Сформировать навыки применения статистических методов для анализа данных: построение вариационных рядов, вычисление статистических оценок, проверка гипотез, регрессионное моделирование;
1.8	Содействовать развитию вероятностного и статистического мышления, позволяющего принимать обоснованные решения в условиях неопределенности на основе анализа данных.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Цикл (раздел) ОП:	Б1.О.02
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Высшая математика
2.1.2	Математический анализ
2.2	Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Моделирование сложных процессов и систем
2.2.2	Программная инженерия
2.2.3	Интеллектуальный анализ данных. Машинное обучение

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ИНДИКАТОРЫ ИХ ДОСТИЖЕНИЯ	
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	
ОПК-1.3: Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	
ОПК-6: Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	
ОПК-6.1: Знает основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования	
ОПК-6.2: Умеет применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений, анализа информационных потоков, расчета экономической эффективности и надежности информационных систем и технологий	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)				
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Примечание
	Раздел 1.			
1.1	Случайные события. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности /Лек/	4	2	
1.2	Случайные события. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности /Пр/	4	2	
1.3	Случайные события. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности /Ср/	4	2	
1.4	Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий /Лек/	4	2	
1.5	Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий /Пр/	4	2	
1.6	Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий /Ср/	4	2	
1.7	Формула полной вероятности и формула Байеса /Лек/	4	2	
1.8	Формула полной вероятности и формула Байеса /Пр/	4	2	
1.9	Формула полной вероятности и формула Байеса /Ср/	4	2	
1.10	Схема Бернулли. Формула Бернулли, наивероятнейшее число успехов. Предельные теоремы Пуассона и Муавра- Лапласа /Лек/	4	2	
1.11	Схема Бернулли. Формула Бернулли, наивероятнейшее число успехов. Предельные теоремы Пуассона и Муавра- Лапласа /Пр/	4	2	
1.12	Схема Бернулли. Формула Бернулли, наивероятнейшее число успехов. Предельные теоремы Пуассона и Муавра- Лапласа /Ср/	4	2	
1.13	Дискретные случайные величины. Закон распределения, функция распределения. Числовые характеристики /Лек/	4	2	
1.14	Дискретные случайные величины. Закон распределения, функция распределения. Числовые характеристики /Пр/	4	2	
1.15	Дискретные случайные величины. Закон распределения, функция распределения. Числовые характеристики /Ср/	4	2	
1.16	Непрерывные случайные величины. Плотность распределения, функция распределения. Числовые характеристики /Лек/	4	2	
1.17	Непрерывные случайные величины. Плотность распределения, функция распределения. Числовые характеристики /Пр/	4	2	
1.18	Непрерывные случайные величины. Плотность распределения, функция распределения. Числовые характеристики /Ср/	4	2	
1.19	Основные законы распределения: биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное /Лек/	4	2	
1.20	Основные законы распределения: биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное /Пр/	4	2	
1.21	Основные законы распределения: биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное /Ср/	4	3	
1.22	Нормальное распределение и его свойства. Правило «трёх сигм» /Лек/	4	2	
1.23	Нормальное распределение и его свойства. Правило «трёх сигм» /Пр/	4	2	
1.24	Нормальное распределение и его свойства. Правило «трёх сигм» /Ср/	4	3	

1.25	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теоремы Бернулли и Чебышева /Лек/	4	2	
1.26	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теоремы Бернулли и Чебышева /Пр/	4	2	
1.27	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теоремы Бернулли и Чебышева /Ср/	4	3	
1.28	Центральная предельная теорема и ее приложения для оценки рисков и прогнозирования /Лек/	4	2	
1.29	Центральная предельная теорема и ее приложения для оценки рисков и прогнозирования /Пр/	4	2	
1.30	Центральная предельная теорема и ее приложения для оценки рисков и прогнозирования /Ср/	4	3	
1.31	Выборочный метод. Вариационные ряды, эмпирическая функция распределения, гистограмма /Лек/	4	2	
1.32	Выборочный метод. Вариационные ряды, эмпирическая функция распределения, гистограмма /Пр/	4	2	
1.33	Выборочный метод. Вариационные ряды, эмпирическая функция распределения, гистограмма /Ср/	4	3	
1.34	Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Метод моментов и метод максимального правдоподобия /Лек/	4	2	
1.35	Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Метод моментов и метод максимального правдоподобия /Пр/	4	2	
1.36	Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Метод моментов и метод максимального правдоподобия /Ср/	4	3	
1.37	Проверка статистических гипотез. Критерии согласия (Пирсона, Колмогорова, Стюдента) /Лек/	4	2	
1.38	Проверка статистических гипотез. Критерии согласия (Пирсона, Колмогорова, Стюдента) /Пр/	4	2	
1.39	Проверка статистических гипотез. Критерии согласия (Пирсона, Колмогорова, Стюдента) /Ср/	4	3	
1.40	Корреляционный и регрессионный анализ. Коэффициент корреляции. Построение и интерпретация регрессионных моделей /Лек/	4	2	
1.41	Корреляционный и регрессионный анализ. Коэффициент корреляции. Построение и интерпретация регрессионных моделей /Пр/	4	2	
1.42	Корреляционный и регрессионный анализ. Коэффициент корреляции. Построение и интерпретация регрессионных моделей /Ср/	4	3	
1.43	Основы имитационного моделирования. Агентное, дискретно-событийное и системно-динамическое моделирование. Планирование и обработка результатов вычислительных экспериментов /Лек/	4	4	
1.44	Основы имитационного моделирования. Агентное, дискретно-событийное и системно-динамическое моделирование. Планирование и обработка результатов вычислительных экспериментов /Пр/	4	4	
1.45	Основы имитационного моделирования. Агентное, дискретно-событийное и системно-динамическое моделирование. Планирование и обработка результатов вычислительных экспериментов /Ср/	4	6	
1.46	/Зачёт/	4	2	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

Кейсы.

Кейс № 1. «Оценка надёжности серверной системы» (к теме 1.1)

Тема: 1.1 Случайные события. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности.

Цель: сформировать навыки применения классического и статистического определения вероятности, теорем сложения и умножения для оценки надёжности систем и расчёта вероятности отказов.

Фабула: Вы — инженер по надёжности в IT-компании. Серверная система состоит из трёх независимых узлов: сервер базы данных (S1), сервер приложений (S2) и балансировщик нагрузки (S3). Вероятность отказа каждого узла в течение суток: P

$(S1) = 0,01$, $P(S2) = 0,02$, $P(S3) = 0,005$. Система считается работоспособной, если одновременно работают как минимум два узла. Вам необходимо оценить общую надёжность системы (вероятность того, что система не откажет в течение суток) и определить, какой узел критичнее всего для системы.

Задания для студентов:

1. Дайте классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности. Какое из них применимо для оценки надёжности системы и почему?
2. Используя теоремы сложения и умножения вероятностей, рассчитайте вероятность безотказной работы каждого узла ($Q = 1 - P$).
3. Рассчитайте вероятность того, что система будет работоспособна (работают не менее двух узлов). Используйте формулу для сложения вероятностей совместных событий.
4. Определите, отказ какого узла с наибольшей вероятностью приводит к отказу всей системы. Рассчитайте условные вероятности отказа системы при отказе каждого узла.
5. Предложите, как можно повысить надёжность системы с минимальными затратами (например, введение резервирования для самого критичного узла).

Форма отчётности: Письменное решение с расчётами и обоснованными рекомендациями.

Кейс № 2. «Диагностика ошибок в программном коде» (к теме 1.3)

Тема: 1.3 Формула полной вероятности и формула Байеса.

Цель: сформировать навыки применения формулы полной вероятности и формулы Байеса для диагностики ошибок в программных системах и определения наиболее вероятных причин сбоев.

Фабула: Вы — разработчик и тестировщик программного обеспечения. В системе происходит сбой при выполнении определённой функции. Известно, что сбой может быть вызван тремя типами ошибок:

- Ошибка типа А (ошибка в алгоритме) — вероятность возникновения 0,1; при этой ошибке сбой происходит с вероятностью 0,8.

- Ошибка типа В (ошибка ввода данных) — вероятность 0,3; при этой ошибке сбой происходит с вероятностью 0,4.

- Ошибка типа С (ошибка взаимодействия с БД) — вероятность 0,6; при этой ошибке сбой происходит с вероятностью 0,2.

В результате тестирования зафиксирован сбой. Вам необходимо определить, какая из ошибок с наибольшей вероятностью стала его причиной, чтобы помочь разработчикам сосредоточиться на правильном участке кода.

Задания для студентов:

1. Сформулируйте формулу полной вероятности. Вычислите общую вероятность сбоя системы.
2. Сформулируйте формулу Байеса. Рассчитайте апостериорные вероятности для каждого типа ошибки при условии, что сбой произошёл.
3. Определите, какая ошибка с наибольшей вероятностью стала причиной сбоя. Обоснуйте результат.
4. Как изменится результат, если априорная вероятность ошибки типа А увеличится до 0,3? Пересчитайте апостериорные вероятности.
5. Предложите, как можно использовать формулу Байеса для адаптивного тестирования и приоритизации исправления ошибок в процессе разработки ПО.

Форма отчётности: Письменное решение с вычислениями и выводами по приоритизации.

Кейс № 3. «Анализ эффективности А/В-тестирования» (к теме 1.4)

Тема: 1.4 Схема Бернулли. Формула Бернулли, наивероятнейшее число успехов. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.

Цель: сформировать навыки применения схемы Бернулли для анализа результатов А/В-тестирования, оценки вероятности успеха и определения наивероятнейшего числа успехов.

Фабула: Вы — аналитик в интернет-магазине. Проводится А/В-тестирование новой версии главной страницы. В группе А (контрольной) страницу посетили 1000 пользователей, в группе В (экспериментальной) — 1200 пользователей. Конверсия (покупка) в группе А составила 5%, в группе В — 6,5%. Вам необходимо оценить, является ли увеличение конверсии статистически значимым, и определить, с какой вероятностью новая версия страницы действительно лучше старой, если ожидаемая разница конверсий составляет 1,5%. Также нужно найти наивероятнейшее число покупок в новой версии при 1200 посетителях.

Задания для студентов:

1. Опишите схему Бернулли. Примените формулу Бернулли для расчёта вероятности получить ровно 78 покупок (6,5% от 1200) в группе В, если истинная конверсия равна 5%.
2. Используя локальную теорему Муавра-Лапласа, приближённо вычислите вероятность того, что в группе В будет ровно 78 покупок.
3. Используя интегральную теорему Муавра-Лапласа, найдите вероятность того, что число покупок в группе В будет не менее 78.
4. Найдите наивероятнейшее число покупок в группе В (при $n=1200$, $p=0,065$). Вычислите его вероятность.
5. Сделайте вывод о статистической значимости результатов А/В-тестирования и дайте рекомендацию о внедрении новой версии страницы.

Форма отчётности: Письменное решение с расчётами и обоснованным выводом о значимости.

Кейс № 4. «Анализ времени выполнения запросов к БД» (к теме 1.6)

Тема: 1.6 Непрерывные случайные величины. Плотность распределения, функция распределения. Числовые характеристики.

Цель: сформировать навыки описания непрерывных случайных величин с помощью плотности и функции распределения, вычисления числовых характеристик для анализа времени выполнения запросов.

Фабула: Вы — администратор базы данных. Время выполнения сложного аналитического запроса к БД является непрерывной случайной величиной, распределённой по показательному закону с параметром $\lambda = 0,1$ (в секундах). Вам

необходимо проанализировать время выполнения запросов для оптимизации производительности системы. Требуется:

1. Оценить среднее время выполнения запроса и его дисперсию.
2. Определить вероятность того, что запрос выполнится менее чем за 5 секунд.
3. Найти медиану времени выполнения запроса.
4. Построить функцию распределения и плотность распределения времени выполнения запроса.

Задания для студентов:

1. Запишите плотность распределения и функцию распределения для показательного закона с параметром $\lambda = 0,1$.
2. Вычислите математическое ожидание и дисперсию времени выполнения запроса. Интерпретируйте полученные значения.
3. Рассчитайте вероятность того, что запрос выполнится:

менее чем за 5 секунд;

от 5 до 15 секунд;

более 20 секунд.

4. Найдите медиану времени выполнения запроса (значение x , при котором $F(x) = 0,5$). Сравните с математическим ожиданием.

5. Постройте графики плотности и функции распределения. Какие выводы о производительности системы можно сделать на основе этих графиков?

Форма отчётности: Письменное решение с формулами, расчётами и графиками.

Кейс № 5. «Прогнозирование нагрузки на веб-сервер» (к теме 1.14)

Тема: 1.14 Корреляционный и регрессионный анализ. Коэффициент корреляции. Построение и интерпретация регрессионных моделей.

Цель: сформировать навыки построения и интерпретации регрессионных моделей для прогнозирования нагрузки на веб-сервер на основе исторических данных, оценки силы связи между переменными.

Фабула: Вы — инженер по эксплуатации веб-приложения. У вас есть данные о ежедневной нагрузке на сервер (количество запросов в минуту, Y) в зависимости от времени суток (часы, X_1) и дня недели (X_2 , 1 — понедельник, 7 — воскресенье).

Данные за 14 дней: $Y = [120, 150, 180, 200, 220, 250, 230, 140, 160, 190, 210, 230, 260, 240]$, $X_1 = [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]$, $X_2 = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2]$. Вам необходимо:

1. Построить линейную регрессионную модель зависимости нагрузки от времени суток.
2. Оценить силу связи между нагрузкой и временем суток с помощью коэффициента корреляции.
3. Спрогнозировать нагрузку на 15-й день (понедельник) в 9:00 и 14:00.
4. Оценить влияние дня недели на нагрузку.

Задания для студентов:

1. Рассчитайте коэффициент корреляции Пирсона между нагрузкой Y и временем X_1 . Интерпретируйте значение: сильная, средняя или слабая связь?

2. Постройте линейную регрессионную модель $Y = a + b \cdot X_1$, используя метод наименьших квадратов. Рассчитайте коэффициенты a и b .

3. Интерпретируйте коэффициент b : как изменяется нагрузка при увеличении времени на 1 час?

4. Оцените влияние дня недели: постройте модель $Y = a + b \cdot X_1 + c \cdot X_2$. Интерпретируйте коэффициент c .

5. Спрогнозируйте нагрузку для 15-го дня (понедельник) в 9:00 и 14:00. Дайте рекомендации по масштабированию ресурсов для этих временных точек.

Форма отчётности: Письменное решение с расчётами, моделями и прогнозом для планирования ресурсов.

Практические задания.

Задание № 1. «Теоремы сложения и умножения вероятностей в системах безопасности» (к теме 1.2)

Тема: 1.2 Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий.

Цель: сформировать навыки применения теорем сложения и умножения вероятностей, вычисления условных вероятностей для анализа систем безопасности и оценки рисков.

Условие: В системе безопасности корпоративной сети используются три независимых средства защиты:

Антивирус (A) — вероятность обнаружения угрозы: $P(A) = 0,95$.

Файрвол (B) — вероятность блокировки атаки: $P(B) = 0,90$.

Система обнаружения вторжений (C) — вероятность выявления аномалии: $P(C) = 0,85$.

Угроза считается нейтрализованной, если её обнаруживает хотя бы одно средство. Вероятность того, что антивирус обнаружит угрозу при условии, что файрвол её не заблокировал, равна $P(A|B) = 0,80$.

Задания для студентов:

Рассчитайте вероятность нейтрализации угрозы хотя бы одним средством (событие $A \cup B \cup C$), считая средства независимыми. Рассчитайте вероятность того, что антивирус обнаружит угрозу, а файрвол не сработает: $P(A \cap \neg B)$.

Используя формулу условной вероятности, проверьте, являются ли события A и B независимыми. Обоснуйте ответ.

Рассчитайте вероятность того, что система обнаружения вторжений сработает, если файрвол не заблокировал атаку: $P(C|\neg B)$. (Используйте формулу Байеса, если необходимо.)

Постройте дерево вероятностей для всех возможных исходов срабатывания средств защиты и оцените общую надёжность системы.

Форма отчётности: Письменное решение с деревом вероятностей и выводами о надёжности.

Задание № 2. «Анализ трафика и дискретные случайные величины» (к теме 1.5)

Тема: 1.5 Дискретные случайные величины. Закон распределения, функция распределения. Числовые характеристики.

Цель: сформировать навыки построения законов распределения дискретных случайных величин, вычисления числовых характеристик для анализа трафика и нагрузки на системы.

Условие: В системе мониторинга сети фиксируется количество запросов к серверу за 1 секунду. По статистике, распределение числа запросов X имеет вид: $P(X=0) = 0,1$; $P(X=1) = 0,2$; $P(X=2) = 0,3$; $P(X=3) = 0,25$; $P(X=4) = 0,15$.

Необходимо проанализировать нагрузку на сервер и определить её характеристики.

Задания для студентов:

Проверьте, что данное распределение является законом распределения дискретной случайной величины (сумма вероятностей равна 1). Постройте многоугольник распределения.

Найдите функцию распределения $F(x)$ и постройте её график.

Вычислите математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

Найдите вероятность того, что число запросов за секунду будет:

не менее 3;

от 1 до 3 включительно;

равно 2.

Интерпретируйте полученные числовые характеристики: что означает математическое ожидание для нагрузки на сервер? Как дисперсия характеризует стабильность трафика? Предложите, как можно использовать эти данные для планирования пропускной способности канала.

Форма отчётности: Письменное решение с графиками и интерпретацией.

Задание № 3. «Распределения случайных величин в задачах надёжности» (к теме 1.7)

Тема: 1.7 Основные законы распределения: биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное.

Цель: освоить основные законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин, научиться выбирать подходящий закон для моделирования реальных процессов.

Условие: В IT-компании анализируются три различных процесса:

Количество сбоев в работе сервера за месяц имеет распределение Пуассона со средним значением $\lambda = 3$ сбоя в месяц.

Вероятность успешного выполнения запроса к БД (без ошибки) равна $p = 0,95$. Выполняется 100 запросов. Число успешных запросов имеет биномиальное распределение.

Время ожидания ответа от сервера (в миллисекундах) распределено равномерно на интервале $[50, 150]$ мс.

Время безотказной работы жёсткого диска имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,0001$ (в часах).

Задания для студентов:

Для распределения Пуассона найдите вероятность того, что за месяц произойдёт ровно 2 сбоя, а также вероятность того, что сбоев будет не более 2.

Для биномиального распределения найдите вероятность того, что все 100 запросов будут успешными. Используйте приближение Пуассона для расчёта вероятности того, что будет более 5 ошибок.

Для равномерного распределения найдите математическое ожидание, дисперсию и вероятность того, что время ожидания будет больше 100 мс.

Для показательного распределения найдите вероятность того, что диск проработает более 10000 часов. Вычислите среднее время безотказной работы.

Объясните, почему для моделирования количества сбоев (редкие события) используется распределение Пуассона, а для времени безотказной работы — показательное. Приведите примеры использования каждого закона в реальных задачах.

Форма отчётности: Письменное решение с формулами, расчётами и обоснованием выбора законов.

Задание № 4. «Нормальное распределение и контроль качества ПО» (к теме 1.8)

Тема: 1.8 Нормальное распределение и его свойства. Правило «трёх сигм».

Цель: освоить свойства нормального распределения, научиться применять правило «трёх сигм» для контроля качества и анализа данных.

Условие: Время выполнения тестового набора для проверки программного продукта имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $\mu = 120$ секунд и средним квадратическим отклонением $\sigma = 15$ секунд. Необходимо оценить качество тестирования и определить, сколько времени нужно закладывать на выполнение тестов.

Задания для студентов:

Используя правило «трёх сигм», определите интервал, в котором с вероятностью 0,997 находится время выполнения тестов.

Найдите вероятность того, что время выполнения тестов:

будет меньше 90 секунд;

будет больше 150 секунд;

будет находиться в интервале от 105 до 135 секунд.

Определите, какое время выполнения тестов не будет превышено с вероятностью 0,95 (найдите 95-й процентиль нормального распределения).

После оптимизации кода среднее время выполнения уменьшилось до 100 секунд при том же σ . Как изменится вероятность того, что время выполнения будет больше 130 секунд?

Предложите, как можно использовать нормальное распределение для контроля качества и установления нормативов времени выполнения в процессе разработки ПО.

Форма отчётности: Письменное решение с расчётами по таблицам стандартного нормального распределения.

Задание № 5. «Закон больших чисел в анализе нагрузки» (к теме 1.9)

Тема: 1.9 Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теоремы Бернулли и Чебышева.

Цель: освоить закон больших чисел и неравенство Чебышева для оценки отклонений случайных величин и анализа стабильности систем.

Условие: Среднее время отклика веб-сервера составляет 200 мс, а дисперсия равна 2500 мс^2 . Вам необходимо оценить вероятность того, что среднее время отклика по 100 запросам отклонится от математического ожидания не более чем на 5 мс. Также известно, что вероятность успешного выполнения запроса равна 0,95, и выполняется 1000 запросов.

Задания для студентов:

Сформулируйте неравенство Чебышева. Используя его, оцените вероятность того, что время отклика одного запроса отклонится от среднего более чем на 20 мс.

Используя неравенство Чебышева для среднего арифметического, оцените вероятность того, что среднее время отклика по

100 запросам отклонится от 200 мс не более чем на 5 мс.

Сформулируйте теорему Бернулли. Оцените вероятность того, что частота успешных запросов (в серии из 1000) отклонится от вероятности $p=0,95$ более чем на 0,02. Используйте неравенство Чебышева.

Сравните полученные оценки с реальными вероятностями, которые можно было бы получить, зная точное распределение (например, для биномиального распределения). Объясните, почему неравенство Чебышева даёт достаточно грубые оценки. Объясните практическое значение закона больших чисел: почему при увеличении числа запросов среднее время отклика стремится к математическому ожиданию и как это используется для мониторинга производительности.

Форма отчётности: Письменное решение с формулами и сравнительным анализом оценок.

Задание № 6. «Центральная предельная теорема и оценка рисков» (к теме 1.10)

Тема: 1.10 Центральная предельная теорема и её приложения для оценки рисков и прогнозирования.

Цель: освоить центральную предельную теорему и научиться применять её для оценки рисков и прогнозирования в условиях неопределённости.

Условие: Время выполнения транзакции в банковской системе имеет неизвестное распределение со средним $\mu = 50$ мс и дисперсией $\sigma^2 = 400$ мс². За день выполняется $n = 100$ транзакций. Необходимо оценить:

Вероятность того, что общее время выполнения всех транзакций превысит 5200 мс.

Вероятность того, что среднее время выполнения транзакций отклонится от среднего более чем на 3 мс.

Задания для студентов:

Сформулируйте центральную предельную теорему (ЦПТ) для суммы и среднего арифметического независимых одинаково распределённых случайных величин. Какие условия должны выполняться?

Используя ЦПТ, найдите приближённое распределение суммы 100 транзакций. Вычислите вероятность того, что общее время превысит 5200 мс.

Используя ЦПТ, найдите приближённое распределение среднего времени. Вычислите вероятность того, что среднее время отклонится от 50 мс более чем на 3 мс.

Сравните полученные результаты с оценками по неравенству Чебышева (из предыдущего задания). Какой метод даёт более точную оценку и почему?

Приведите примеры использования ЦПТ в реальных задачах: оценка рисков в финансовых системах, прогнозирование нагрузки, контроль качества. Объясните, почему ЦПТ так важна для прикладной статистики.

Форма отчётности: Письменное решение с расчётами и примерами применения ЦПТ.

Задание № 7. «Выборочный метод и анализ трафика» (к теме 1.11)

Тема: 1.11 Выборочный метод. Вариационные ряды, эмпирическая функция распределения, гистограмма.

Цель: сформировать навыки сбора, группировки и визуализации статистических данных, построения вариационных рядов и эмпирической функции распределения.

Условие: Проведено 30 измерений времени загрузки веб-страницы (в секундах). Данные: 2.5, 3.0, 2.8, 3.2, 2.7, 2.9, 3.1, 2.6, 3.3, 2.4, 2.8, 3.0, 3.2, 2.7, 2.9, 3.1, 2.5, 2.8, 3.0, 2.6, 3.2, 2.9, 2.7, 3.1, 2.8, 2.6, 3.0, 2.9, 3.2, 2.5. Необходимо проанализировать данные для оценки производительности.

Задания для студентов:

Постройте дискретный вариационный ряд (распределение частот и относительных частот). Составьте таблицу: значение, частота, относительная частота.

Постройте полигон частот и гистограмму (сгруппировав данные по интервалам, например, [2.4; 2.6), [2.6; 2.8) и т.д.).

Постройте эмпирическую функцию распределения $F^*(x)$ для данного ряда. Вычислите её значения в точках $x = 2.6, 2.9, 3.2$.

Найдите выборочную среднюю, выборочную дисперсию и исправленную дисперсию.

Интерпретируйте полученные результаты: какую информацию о производительности веб-страницы дают среднее значение и разброс? Предложите, как можно улучшить время загрузки на основе анализа данных.

Форма отчётности: Письменное решение с таблицами, графиками и интерпретацией.

Задание № 8. «Точечные и интервальные оценки параметров» (к теме 1.12)

Тема: 1.12 Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Метод моментов и метод максимального правдоподобия.

Цель: освоить методы точечного и интервального оценивания параметров распределения, научиться применять метод моментов и метод максимального правдоподобия.

Условие: По выборке объёма $n = 50$ измерений времени выполнения запроса к БД (в мс) получены следующие статистики: выборочная средняя $\bar{x} = 120$ мс, исправленная дисперсия $s^2 = 400$ мс² (то есть исправленное СКО $s = 20$ мс). Предполагается, что время выполнения имеет нормальное распределение. Необходимо:

Найти точечные оценки математического ожидания и дисперсии (методом моментов и методом максимального правдоподобия).

Построить 95% доверительный интервал для математического ожидания (при известной и неизвестной дисперсии).

Построить 95% доверительный интервал для дисперсии.

Задания для студентов:

Назовите точечные оценки параметров нормального распределения. Чем отличаются оценки метода моментов от оценок метода максимального правдоподобия? В чём преимущество оценок максимального правдоподобия?

Используя распределение Стьюдента, постройте 95% доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной дисперсии. Запишите формулу и рассчитайте интервал.

Используя распределение χ^2 , постройте 95% доверительный интервал для дисперсии. Запишите формулу и рассчитайте интервал.

Объясните, как изменится ширина доверительного интервала для математического ожидания, если:

увеличить объём выборки до 100;

увеличить доверительную вероятность до 0,99.

Интерпретируйте полученные интервалы: что означает 95% доверительный интервал для практики?

Форма отчётности: Письменное решение с формулами, расчётами и интерпретацией.

Задание № 9. «Проверка статистических гипотез в А/В-тестировании» (к теме 1.13)

Тема: 1.13 Проверка статистических гипотез. Критерии согласия (Пирсона, Колмогорова, Стьюдента).

Цель: освоить методы проверки статистических гипотез, научиться применять критерии Стьюдента и χ^2 для сравнения выборок и проверки гипотез о распределении.

Условие: Проводится А/В-тестирование двух версий интерфейса приложения. В группе А (контрольной) было 100 пользователей, среднее время на сайте составило 5.2 минуты с исправленным СКО 1.5 минуты. В группе В (экспериментальной) — 120 пользователей, среднее время 5.8 минут с исправленным СКО 1.8 минуты. Необходимо проверить гипотезу о том, что новая версия интерфейса увеличивает среднее время на сайте (на уровне значимости $\alpha = 0.05$). Также проверяется гипотеза о нормальном распределении времени в группе В.

Задания для студентов:

Сформулируйте нулевую и альтернативную гипотезы для сравнения средних двух независимых выборок. Какой критерий следует использовать (Стьюдента для независимых выборок)?

Рассчитайте значение t-статистики для сравнения средних. Используя таблицу t-распределения или критическое значение, определите, отвергается ли нулевая гипотеза.

Сформулируйте критерий Пирсона (χ^2). Предложите, как можно проверить гипотезу о нормальном распределении времени в группе В (например, разбив выборку на интервалы и сравнив наблюдаемые и ожидаемые частоты).

Объясните, что такое p-value и как его интерпретировать в контексте данного теста.

Сделайте вывод о том, следует ли внедрять новую версию интерфейса на основе статистического анализа.

Форма отчётности: Письменное решение с расчётами, формулировкой гипотез и выводами.

Задание № 10. «Имитационное моделирование системы массового обслуживания» (к теме 1.15)

Тема: 1.15 Основы имитационного моделирования. Агентное, дискретно-событийное и системно-динамическое моделирование. Планирование и обработка результатов вычислительных экспериментов.

Цель: освоить основы имитационного моделирования, научиться планировать и обрабатывать результаты вычислительных экспериментов для анализа системы массового обслуживания (СМО).

Условие: В call-центре работает 5 операторов, каждый из которых может обрабатывать один звонок в среднем за 5 минут (распределение показательное). Звонки поступают в среднем каждые 2 минуты (распределение показательное). Вам необходимо:

Построить имитационную модель системы массового обслуживания (дискретно-событийную) для анализа работы call-центра.

Провести вычислительный эксперимент для оценки средней длины очереди и среднего времени ожидания в очереди.

Оценить, как изменится среднее время ожидания при увеличении числа операторов до 6.

Задания для студентов:

Дайте определение имитационного моделирования. Перечислите основные типы моделей и их отличия.

Для данной системы определите:

сущности (заявки);

события (поступление звонка, начало обработки, окончание обработки);

ресурсы (операторы);

очередь.

Опишите план проведения вычислительного эксперимента: сколько прогонов модели нужно сделать, сколько времени моделировать, какие показатели собирать.

Какие статистические методы следует применить для обработки результатов моделирования (оценка среднего, доверительные интервалы)?

После проведения эксперимента результаты показали среднюю длину очереди 3.2 звонка. Предложите, как можно улучшить работу call-центра на основе результатов моделирования (увеличение числа операторов, изменение расписания, внедрение голосового меню). Оцените эффективность предложений с помощью модели.

Форма отчётности: Письменное решение с описанием модели, планом эксперимента, результатами и рекомендациями.

Примерные вопросы к зачету:

1. Дайте определение случайного события. Какие виды событий вы знаете (достоверные, невозможные, несовместные, равновозможные)? Приведите примеры из области информационных систем.
2. Сформулируйте классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности. В каких случаях применяется каждое из них?
3. Сформулируйте теоремы сложения и умножения вероятностей. В чём различие между зависимыми и независимыми событиями? Приведите примеры.
4. Что такое условная вероятность? Запишите формулу условной вероятности. Как связаны условная вероятность и независимость событий?
5. Сформулируйте формулу полной вероятности и формулу Байеса. Приведите пример их применения в диагностике ошибок программного обеспечения.
6. Опишите схему Бернулли. Запишите формулу Бернулли для вычисления вероятности k успехов в n испытаниях.
7. Сформулируйте локальную и интегральную теоремы Муавра-Лапласа. В каких случаях они применяются? Приведите примеры.
8. Что такое наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли? Как его найти? Приведите пример из А/В-тестирования.
9. Что такое дискретная случайная величина? Приведите примеры дискретных случайных величин в ИТ (количество запросов, ошибок, пользователей). Как задаётся закон распределения?
10. Что такое функция распределения случайной величины? Какими свойствами она обладает? Как строится функция распределения для дискретной случайной величины?
11. Что такое непрерывная случайная величина? Что такое плотность распределения вероятностей? Какими

свойствами она обладает? Как связаны плотность и функция распределения?

12. Назовите числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, моменты). В чём их практический смысл?

13. Какие распределения относятся к дискретным? Опишите биномиальное распределение и распределение Пуассона. В каких задачах они применяются? Напишите формулы для математического ожидания и дисперсии.

14. Какие распределения относятся к непрерывным? Опишите равномерное и показательное распределения. В каких задачах они применяются? Напишите формулы для плотности, функции распределения, математического ожидания и дисперсии.

15. Опишите нормальное распределение (распределение Гаусса). Почему оно занимает центральное место в теории вероятностей? Запишите формулу плотности.

16. Сформулируйте правило «трёх сигм» для нормального распределения. Какова его практическая значимость для контроля качества и анализа данных?

17. Сформулируйте закон больших чисел. В чём смысл неравенства Чебышева? Какие теоремы (Бернулли, Чебышева, Хинчина) относятся к закону больших чисел?

18. Сформулируйте центральную предельную теорему. Каково её значение для прикладной статистики и оценки рисков? Приведите примеры использования.

19. Что такое выборочный метод? Дайте определения генеральной совокупности, выборки, репрезентативности. Какие способы формирования выборок вы знаете?

20. Что такое вариационный ряд? Как строятся полигон частот и гистограмма для визуализации данных?

21. Что такое эмпирическая функция распределения? Как она строится и какими свойствами обладает?

22. Дайте определение точечных оценок параметров распределения. Назовите свойства оценок (несмещённость, состоятельность, эффективность). Приведите примеры оценок для математического ожидания и дисперсии.

23. Опишите метод моментов и метод максимального правдоподобия для нахождения оценок параметров. В чём преимущество каждого из методов? Приведите пример.

24. Что такое интервальные оценки? Как строятся доверительные интервалы для математического ожидания при известной и неизвестной дисперсии? Как они интерпретируются?

25. Что такое статистическая гипотеза? Опишите схему проверки статистических гипотез. Что такое нулевая и альтернативная гипотезы, уровень значимости, p-value, ошибки первого и второго рода?

26. Назовите основные критерии согласия (Пирсона, Колмогорова, Стьюдента). В каких задачах они применяются? Как выбрать подходящий критерий?

27. Что такое корреляционный анализ? Что такое коэффициент корреляции Пирсона, и как он интерпретируется?

28. Что такое регрессионный анализ? Как строится линейная регрессионная модель (метод наименьших квадратов)? Как интерпретируются коэффициенты регрессии?

29. Что такое имитационное моделирование? Назовите основные виды имитационных моделей (агентное, дискретно-событийное, системная динамика) и их особенности. Приведите примеры применения.

30. Каковы основные этапы проведения вычислительного эксперимента в имитационном моделировании? Как обрабатываются и интерпретируются результаты имитационных экспериментов? Что такое валидация модели и как она выполняется?

5.2. Темы письменных работ

не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

Тестовые задания:

РАЗДЕЛ 1. ВОПРОСЫ НА СООТВЕТСТВИЕ (№ 1–5)

Инструкция: к каждому элементу из левого столбца подберите ОДИН соответствующий элемент из правого столбца. Ответ запишите в виде сочетания цифр и букв (например: 1-А, 2-Б, 3-В, 4-Г). Каждая буква используется только один раз.

ОПК-1.3. Вопрос № 1. Соответствие между определением вероятности и его формулой

Установите соответствие между определением вероятности и его формулой:

Определение Формула

1. Классическое определение А. $P(A) \approx m/n$, где n — число испытаний, m — число появлений события
2. Статистическое определение Б. $P(A) = m/n$, где n — общее число равновозможных исходов, m — число благоприятных исходов
3. Геометрическое определение В. $P(A) = P(A \cap B) \cdot P(B) + P(A \cap \bar{B}) \cdot P(\bar{B})$
4. Формула полной вероятности Г. $P(A) = \text{mes}(A) / \text{mes}(\Omega)$

Ответ: 1 __, 2 __, 3 __, 4 __

ОПК-1.3. Вопрос № 2. Соответствие между числовой характеристикой и её формулой

Установите соответствие между числовой характеристикой случайной величины и её формулой:

Характеристика Формула

1. Математическое ожидание (дискретная СВ) А. $\sum (x_i - M(X))^2 \cdot p_i$
2. Дисперсия (дискретная СВ) Б. $\sqrt{D(X)}$
3. Среднее квадратическое отклонение В. $\sum x_i \cdot p_i$
4. Момент k-го порядка Г. $\sum x_i^k \cdot p_i$

Ответ: 1 __, 2 __, 3 __, 4 __

ОПК-1.3. Вопрос № 3. Соответствие между статистическим термином и его определением

Установите соответствие между термином и определением:

Термин Определение

1. Генеральная совокупность А. Метод оценивания, дающий интервал, покрывающий параметр с заданной вероятностью
2. Выборка Б. Совокупность всех объектов, относительно которых делается вывод
3. Точечная оценка В. Часть генеральной совокупности, отобранная для исследования
4. Интервальная оценка Г. Единственное число, используемое в качестве приближения параметра

Ответ: 1 __, 2 __, 3 __, 4 __

ОПК-1.3. Вопрос № 4. Соответствие между критерием проверки гипотез и его применением

Установите соответствие между критерием и его применением:

Критерий Применение

1. Критерий Стьюдента (t-критерий) А. Проверка гипотезы о распределении (сравнение частот)
2. Критерий Пирсона (χ^2) Б. Проверка гипотезы о равенстве средних двух выборок
3. Критерий Колмогорова В. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции
4. Критерий Фишера (F-критерий) Г. Сравнение дисперсий двух выборок

Ответ: 1 __, 2 __, 3 __, 4 __

ОПК-6.1. Вопрос № 5. Соответствие между видом имитационной модели и её характеристикой

Установите соответствие между видом модели и её характеристикой:

Вид модели Характеристика

1. Дискретно-событийное моделирование А. Моделирование взаимодействия автономных объектов
2. Агентное моделирование Б. Моделирование потоков и уровней (запасов)
3. Системная динамика В. Моделирование, основанное на событиях, изменяющих состояние системы
4. Монте-Карло Г. Использование случайных чисел для моделирования вероятностных процессов

Ответ: 1 __, 2 __, 3 __, 4 __

РАЗДЕЛ 2. ВОПРОСЫ С ОДНИМ ВЕРНЫМ ОТВЕТОМ (№ 6–10)

Инструкция: прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите только букву выбранного варианта ответа (А, Б, В или Г).

ОПК-1.3. Вопрос № 6. Какова вероятность выпадения герба при одном подбрасывании симметричной монеты?

- А) 0
- Б) 0.25
- В) 0.5
- Г) 1

Ответ:

ОПК-1.3. Вопрос № 7. Какое распределение используется для моделирования числа редких событий за фиксированный промежуток времени?

- А) Биномиальное
- Б) Пуассона
- В) Нормальное
- Г) Равномерное

Ответ:

ОПК-1.3. Вопрос № 8. Чему равна дисперсия постоянной величины С?

- А) С
- Б) 0
- В) C^2
- Г) 1

Ответ:

ОПК-6.2. Вопрос № 9. Какой метод оценки параметров распределения даёт оценки с наилучшими свойствами при больших выборках?

- А) Метод моментов
- Б) Метод максимального правдоподобия
- В) Метод наименьших квадратов
- Г) Все методы дают одинаковые оценки

Ответ:

ОПК-6.1 Вопрос № 10. Что характеризует коэффициент корреляции Пирсона?

- А) Наличие связи между переменными
- Б) Форму зависимости между переменными
- В) Тесноту и направление линейной связи между переменными
- Г) Причинно-следственную связь

Ответ:

РАЗДЕЛ 3. ВОПРОСЫ С ОДНИМ АРГУМЕНТИРОВАННЫМ ОТВЕТОМ (№ 11–15)

Инструкция: Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

ОПК-6.2. Вопрос № 11. В группе 20 студентов, из которых 12 сдали экзамен по информатике на «отлично». Какова вероятность того, что случайно выбранный студент не сдал экзамен на «отлично»?

- А) 0.4
- Б) 0.6
- В) 0.8
- Г) 0.2

Ответ:

ОПК-1.3. Вопрос № 12. Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $\mu = 0$ и средним квадратическим отклонением $\sigma = 1$. Чему равна вероятность $P(|X| < 1)$?

- А) 0.683
- Б) 0.954
- В) 0.997
- Г) 0.5

Ответ:

ОПК-6.2 Вопрос № 13. По выборке объёма $n = 36$ получена выборочная средняя $\bar{x} = 50$ и выборочное СКО $s = 6$. Чему равна стандартная ошибка среднего ($SE = s/\sqrt{n}$)?

- А) 1
- Б) 6
- В) 0.5
- Г) 0.167

Ответ:

ОПК-6.2 Вопрос № 14. При проверке статистической гипотезы получено $p\text{-value} = 0.03$. Какой вывод можно сделать на уровне значимости $\alpha = 0.05$?

- А) Отклонить нулевую гипотезу
- Б) Не отклонить нулевую гипотезу
- В) Принять альтернативную гипотезу
- Г) Невозможно сделать вывод

Ответ:

ОПК-6.1. Вопрос № 15. Для чего используется имитационное моделирование в случае, когда аналитическое решение задачи невозможно или слишком сложно?

- А) Для получения точного аналитического решения
- Б) Для проведения вычислительного эксперимента и оценки поведения системы
- В) Для доказательства математических теорем
- Г) Для замены реальных данных

Ответ:

РАЗДЕЛ 4. ВОПРОСЫ С НЕСКОЛЬКИМИ ВЕРНЫМИ ОТВЕТАМИ (№ 16–20)

Инструкция: прочитайте текст, выберите не менее двух правильных вариантов ответов и запишите только буквы выбранных вариантов ответов (А, Б, В или Г).

ОПК-6.1 Вопрос № 16. Какие из перечисленных событий являются случайными?

- А) Выпадение орла при подбрасывании монеты
- Б) Завтра в полдень будет солнечно
- В) Солнце взойдёт на востоке
- Г) При бросании игральной кости выпадет число 6

Ответ:

ОПК-1.3. Вопрос № 17. Какие из перечисленных распределений являются непрерывными?

- А) Биномиальное
- Б) Нормальное
- В) Пуассона
- Г) Равномерное

Ответ:

ОПК-1.3. Вопрос № 18. Какие из перечисленных характеристик относятся к мерам разброса (вариации)?

- А) Математическое ожидание
- Б) Дисперсия
- В) Среднее квадратическое отклонение
- Г) Медиана

Ответ:

ОПК-1.3. Вопрос № 19. Какие из перечисленных утверждений верны для линейной регрессионной модели?

- А) Модель описывает связь между зависимой и независимой переменными

Б) Коэффициенты модели оцениваются методом наименьших квадратов
В) Коэффициент корреляции равен 1 для любых данных
Г) Модель позволяет делать прогнозы
Ответ:

ОПК-6.1. Вопрос № 20. Какие из перечисленных задач могут быть решены с помощью имитационного моделирования?

А) Оценка вероятности отказа системы
Б) Оптимизация расписания работы call-центра
В) Вычисление точного интеграла
Г) Анализ трафика в компьютерной сети
Ответ:

РАЗДЕЛ 5. ВОПРОСЫ С ОТКРЫТЫМ РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ (№ 21–25)

Инструкция: Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

ОПК-1.3. Вопрос № 21. Сформулируйте формулу полной вероятности и формулу Байеса. Приведите пример их применения в диагностике ошибок программного обеспечения.

Ответ:

ОПК-1.3. Вопрос № 22. Сформулируйте схему Бернулли. Выведите формулу для вероятности ровно k успехов в n испытаниях. Приведите пример использования схемы Бернулли в А/В-тестировании.

Ответ:

ОПК-1.3. Вопрос № 23. Опишите метод максимального правдоподобия для оценки параметров распределения. В чём его преимущество перед методом моментов?

Ответ:

ОПК-1.3. Вопрос № 24. Что такое доверительный интервал? Как построить 95% доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной дисперсии? Приведите формулу и объясните её компоненты.

Ответ:

ОПК-6.1. Вопрос № 25. Опишите основные этапы проведения вычислительного эксперимента в имитационном моделировании. Какие методы используются для обработки и валидации результатов?

Ответ:

РАЗДЕЛ 6. ВОПРОСЫ НА УСТАНОВЛЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (№ 26–30)

Инструкция: Прочитайте текст, установите правильную последовательность действий и запишите аргументы, обосновывающие выбранный порядок.

ОПК-6.2. Вопрос № 26. Установите правильную последовательность действий при проверке статистической гипотезы о равенстве средних двух независимых выборок.

А) Рассчитать наблюдаемое значение t -статистики
Б) Сформулировать нулевую и альтернативную гипотезы
В) Найти критическое значение t -таблицы по уровню значимости и числу степеней свободы
Г) Сравнить наблюдаемое и критическое значения и сделать вывод
Д) Вычислить выборочные средние и дисперсии для обеих выборок
Ответ:

ОПК-6.2 Вопрос № 27. Установите правильную последовательность действий при построении доверительного интервала для математического ожидания при известной дисперсии.

А) Определить квантиль стандартного нормального распределения для заданной доверительной вероятности
Б) Записать доверительный интервал в виде $\bar{x} \pm z \cdot (\sigma/\sqrt{n})$
В) Вычислить выборочную среднюю $\bar{x}$
Г) Рассчитать стандартную ошибку среднего $\sigma/\sqrt{n}$
Ответ:

ОПК-6.2 Вопрос № 28. Установите правильную последовательность этапов проведения имитационного эксперимента.

А) Провести прогоны модели и собрать статистику
Б) Построить концептуальную модель системы
В) Сформулировать цели и задачи моделирования
Г) Обработать результаты и интерпретировать их
Д) Реализовать модель в выбранной среде моделирования
Ответ:

ОПК-6.2 Вопрос № 29. Установите правильную последовательность действий при построении линейной регрессионной модели методом наименьших квадратов.

А) Оценить значимость коэффициентов регрессии (проверить гипотезы)
Б) Собрать данные и определить зависимую и независимые переменные

В) Рассчитать коэффициенты а и b по формулам метода наименьших квадратов

Г) Интерпретировать полученное уравнение регрессии

Д) Построить диаграмму рассеяния и оценить наличие линейной связи

Ответ:

ОПК-6.1. Вопрос № 30. Установите правильную последовательность действий при вычислении вероятности события по формуле полной вероятности.

А) Вычислить сумму произведений вероятностей гипотез на условные вероятности

Б) Разбить пространство элементарных исходов на полную группу гипотез

В) Определить условные вероятности события при каждой гипотезе

Г) Записать формулу полной вероятности и подставить числовые значения

Д) Определить априорные вероятности гипотез

Ответ:

5.4. Перечень видов оценочных средств и критерии оценивания

Контроль результатов освоения дисциплины является формой управления качества образования.

Контроль результатов освоения дисциплины осуществляется в виде текущего контроля и промежуточной аттестации (зачета).

Система текущего контроля включает:

1. контроль работы обучающихся на лекционных и практических занятиях;
2. контроль участия в совместной работе группы;
3. контроль выполнения индивидуальных заданий;
4. контроль выполнения обучающимися заданий для самостоятельной работы.

Промежуточная аттестация осуществляется в виде зачета, который проводится в устной либо письменной форме.

Задачи промежуточной аттестации:

1. определить общий уровень освоения дисциплины в целом;
2. определить уровень основных знаний по каждой теме курса;
3. объективизировать результат контроля, минимизировать возможную субъективность преподавателя.

Критерии и рубрики оценивания Элемент контроля/Критерий/Индикаторы/Уровни (0–5)/Комментарий к уровню «5»

РАЗДЕЛ 1. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Практическое задание № 1. «Теоремы сложения и умножения вероятностей в системах безопасности» (к теме 1.2)

Элемент контроля: Применение теорем сложения и умножения вероятностей, вычисление условных вероятностей. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2. Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Верно рассчитана вероятность нейтрализации угрозы хотя бы одним средством с использованием теоремы сложения; корректно вычислена вероятность $P(A \cap B)$ с применением теоремы умножения; правильно проверена независимость событий А и В через сравнение $P(A|B)$ и $P(A)$; обоснованно рассчитана условная вероятность $P(C|B)$; построено дерево вероятностей, отражающее все возможные исходы; сделан обоснованный вывод о надёжности системы.

Практическое задание № 2. «Анализ трафика и дискретные случайные величины» (к теме 1.5)

Элемент контроля: Построение законов распределения дискретных случайных величин и вычисление числовых характеристик. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2. Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Проверка корректности закона распределения выполнена; многоугольник распределения построен верно; функция распределения $F(x)$ построена с указанием всех скачков; математическое ожидание, дисперсия и СКО вычислены без ошибок; все вероятности для заданных событий рассчитаны корректно; дана содержательная интерпретация числовых характеристик для анализа нагрузки и предложены практические рекомендации по планированию пропускной способности.

Практическое задание № 3. «Распределения случайных величин в задачах надёжности» (к теме 1.7)

Элемент контроля: Применение основных законов распределения (биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное). Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2. Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Для распределения Пуассона верно вычислены вероятности $P(X=2)$ и $P(X \leq 2)$; для биномиального распределения корректно применена формула и приближение Пуассона; для равномерного распределения правильно найдены $M(X)$, $D(X)$, вероятность $P(X > 100)$; для показательного распределения вычислена вероятность $P(X > 10000)$ и среднее время безотказной работы; дано обоснование выбора законов для моделирования конкретных процессов с примерами из практики.

Практическое задание № 4. «Нормальное распределение и контроль качества ПО» (к теме 1.8)

Элемент контроля: Применение свойств нормального распределения и правила «трёх сигм». Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2. Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Интервал по правилу «трёх сигм» определён верно; вероятности $P(X < 90)$, $P(X > 150)$, $P(105 < X < 135)$ вычислены с использованием таблиц нормального распределения; 95-й процентиль найден корректно; изменение вероятности после оптимизации рассчитано и интерпретировано; даны обоснованные предложения по использованию нормального распределения для контроля качества и установления нормативов.

Практическое задание № 5. «Закон больших чисел в анализе нагрузки» (к теме 1.9)

Элемент контроля: Применение неравенства Чебышева и закона больших чисел. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2. Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Неравенство Чебышева сформулировано и применено для оценки отклонения времени отклика одного запроса; оценка для среднего арифметического выполнена с использованием формулы для среднего; теорема Бернулли применена для оценки отклонения частоты успешных запросов; проведено сравнение с точными вероятностями и объяснена причина грубости оценок Чебышева; дано практическое объяснение закона больших чисел для мониторинга производительности.

Практическое задание № 6. «Центральная предельная теорема и оценка рисков» (к теме 1.10)

Элемент контроля: Применение центральной предельной теоремы для оценки рисков и прогнозирования. Критерий: ОПК-

1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2. Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: ЦПТ сформулирована с указанием условий применимости; распределение суммы и среднего найдено с использованием ЦПТ; вероятности $P(S > 5200)$ и $P(|\bar{X} - \mu| > 3)$ вычислены корректно; проведено сравнение с оценками по неравенству Чебышева и объяснена большая точность ЦПТ; приведены содержательные примеры использования ЦПТ в реальных задачах (финансовые риски, прогнозирование нагрузки).

Практическое задание № 7. «Выборочный метод и анализ трафика» (к теме 1.11)

Элемент контроля: Построение вариационных рядов и эмпирической функции распределения. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2. Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Дискретный вариационный ряд построен с таблицей частот и относительных частот; полигон и гистограмма построены корректно; эмпирическая функция распределения $F^*(x)$ вычислена для заданных точек; выборочная средняя, дисперсия и исправленная дисперсия рассчитаны без ошибок; дана содержательная интерпретация результатов и предложены практические рекомендации по улучшению производительности.

Практическое задание № 8. «Точечные и интервальные оценки параметров» (к теме 1.12)

Элемент контроля: Применение методов точечного и интервального оценивания. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2.

Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Точечные оценки методом моментов и ММП найдены корректно с объяснением преимуществ ММП; 95% доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной дисперсии построен с использованием распределения Стьюдента; 95% доверительный интервал для дисперсии построен с использованием χ^2 -распределения; проанализировано влияние объёма выборки и доверительной вероятности на ширину интервала; дана корректная интерпретация доверительных интервалов для практики.

Практическое задание № 9. «Проверка статистических гипотез в А/В-тестировании» (к теме 1.13)

Элемент контроля: Применение методов проверки статистических гипотез. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2.

Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Нулевая и альтернативная гипотезы сформулированы корректно; t-статистика для сравнения средних рассчитана с использованием формулы для независимых выборок; правильный выбор критерия и критического значения обоснован; предложен план применения критерия Пирсона для проверки нормальности; p-value интерпретировано правильно; сделан обоснованный вывод о внедрении новой версии интерфейса.

Практическое задание № 10. «Имитационное моделирование системы массового обслуживания» (к теме 1.15)

Элемент контроля: Применение методов имитационного моделирования. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2.

Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Дано верное определение имитационного моделирования и перечислены типы моделей; для СМО правильно определены сущности, события, ресурсы и очередь; план вычислительного эксперимента содержит все необходимые элементы (число прогонов, длительность, собираемые показатели); обоснован выбор статистических методов для обработки результатов; на основе результатов моделирования предложены конкретные меры по улучшению работы call-центра с оценкой их эффективности.

РАЗДЕЛ 2. КЕЙСЫ

Кейс № 1. «Оценка надёжности серверной системы» (к теме 1.1)

Элемент контроля: Применение классического и статистического определения вероятности, теорем сложения и умножения. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2. Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Верно определено применимое определение вероятности для оценки надёжности; рассчитаны вероятности безотказной работы каждого узла; вероятность работоспособности системы (не менее двух узлов) вычислена корректно с использованием теорем сложения и умножения; определен критический узел через вычисление условных вероятностей отказа системы; предложены обоснованные меры по повышению надёжности с минимальными затратами.

Кейс № 2. «Диагностика ошибок в программном коде» (к теме 1.3)

Элемент контроля: Применение формулы полной вероятности и формулы Байеса. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2.

Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Формула полной вероятности применена для вычисления общей вероятности сбоя; апостериорные вероятности для каждого типа ошибки рассчитаны по формуле Байеса; определена наиболее вероятная причина сбоя с обоснованием; выполнен пересчёт при изменении априорной вероятности; предложены практические рекомендации по использованию формулы Байеса для адаптивного тестирования и приоритизации исправления ошибок.

Кейс № 3. «Анализ эффективности А/В-тестирования» (к теме 1.4)

Элемент контроля: Применение схемы Бернулли и предельных теорем. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2. Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Описана схема Бернулли и применена формула для расчёта вероятности; локальная теорема Муавра-Лапласа применена для приближённого вычисления; интегральная теорема использована для нахождения вероятности $P(X \geq 78)$; наименьшее число успехов найдено и его вероятность вычислена; сделан обоснованный вывод о статистической значимости результатов А/В-тестирования с рекомендацией по внедрению.

Кейс № 4. «Анализ времени выполнения запросов к БД» (к теме 1.6)

Элемент контроля: Описание непрерывных случайных величин с помощью плотности и функции распределения. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2. Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Плотность и функция распределения показательного закона записаны верно; математическое ожидание и дисперсия вычислены и интерпретированы; вероятности для заданных интервалов времени рассчитаны корректно; медиана найдена и сравнена с математическим ожиданием; графики построены и проанализированы с выводами о производительности системы.

Кейс № 5. «Прогнозирование нагрузки на веб-сервер» (к теме 1.14)

Элемент контроля: Построение и интерпретация регрессионных моделей. Критерий: ОПК-1.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2.

Индикаторы: 0 / 3 / 5. Комментарий к уровню «5»: Коэффициент корреляции Пирсона рассчитан и интерпретирован; линейная регрессионная модель построена с расчётом коэффициентов a и b ; коэффициент b интерпретирован как изменение нагрузки за час; влияние дня недели оценено через построение модели $Y = a + bX_1 + cX_2$ с интерпретацией коэффициента c ; сделан прогноз нагрузки на 15-й день и даны практические рекомендации по масштабированию ресурсов.

Тест

Корректность ответов на вопросы: $\geq 90\%$ правильных ответов — 5; /75–89% — 4; /60–74% — 3; /< 60% — 2.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**6.1. Рекомендуемая литература****Основная литература**

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.urait.ru/bcode/541918>.
 2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-2840-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560663>.
 3. Прохоров, Ю. В., Пономаренко, Л. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 219 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14175-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/557837>.
 4. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 224 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16714-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/562827>.
- Дополнительная литература**
5. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 406 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09106-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561553>.
 6. Андрухаев, Х. М. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач : учебное пособие для вузов / Х. М. Андрухаев. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 177 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8599-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/598608>.
 7. Палий, И. А. Теория вероятностей. Задачник : учебное пособие для вузов / И. А. Палий. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 236 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04641-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539559>.
 8. Малугин, В. А. Математическая статистика : учебник для вузов / В. А. Малугин. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 218 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06965-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563990>.
 9. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями : учебник для вузов / Ю. Я. Кацман. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 130 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15828-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539560>.
 10. Далингер, В. А., Симонженков, С. Д., Галюкшов, Б. С. Теория вероятностей и математическая статистика с применением Mathcad : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков, Б. С. Галюкшов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 145 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15827-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539544>.

6.2. Электронные учебные издания и электронные образовательные ресурсы

Э1	Сетевые ресурсы Государственного автономного учреждения культуры Свердловской области «Свердловская областная универсальная научная библиотека им. В.Г. Белинского». Режим доступа: https://book.uraic.ru/el_library/resursy_dostup
Э2	Образовательная платформа Юрайт. Режим доступа: https://urait.ru/
Э3	Научная библиотека Cyberleninka. Режим доступа: https://cyberleninka.ru/

6.3.1 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

6.3.1.1	Операционная система Astra Linux
6.3.1.2	Офисная система LibreOffice
6.3.1.3	Система компьютерной алгебры и символьных вычислений; средства визуализации математических функций и 3D-графики; среда для численного моделирования и решения дифференциальных уравнений; инструменты для статистического анализа данных и проверки гипотез; система построения графиков и диаграмм; средства для работы с матрицами и векторами; инструменты для дискретного моделирования и теории графов; система для логического вывода и доказательства теорем; средства для вероятностного моделирования и имитационного моделирования
6.3.1.4	Контур.Класс
6.3.1.5	Контур.Толк
6.3.1.6	1С:Университет ПРОФ
6.3.1.7	Среда электронного обучения 3LK (русский Moodle)

7. МТО (оборудование и технические средства обучения)

7.1	Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой бакалавриата, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения:
7.2	Адрес (местоположение) учебных аудиторий Перечень оборудования и технических средств обучения

7.3	620014, Свердловская область, г.о. город Екатеринбург, г Екатеринбург, пр-кт Ленина, стр. 20а, этаж № 5, кабинет № 3 площадью 66,2 м² в помещении 501
7.4	Стол – 13 шт.
7.5	Стул – 25 шт.
7.6	ПК (с возможностью подключения к сети «Интернет») – 1 шт.
7.7	Телевизор (75") – 1 шт.
7.8	Беспроводная система презентаций – 1 шт.
7.9	Спикерфон – 1 шт.
7.10	ПК (ноутбук) – 12 шт.
7.11	620014, Свердловская область, г.о. город Екатеринбург, г Екатеринбург, пр-кт Ленина, стр. 20а, этаж № 5, кабинет № 19 площадью 31,7 м² в помещении 501
7.12	Стол – 7 шт.
7.13	Стул – 13 шт.
7.14	ПК (с возможностью подключения к сети «Интернет») – 1 шт.
7.15	Магнитно-маркерная доска – 1 шт.
7.16	Телевизор (75") – 1 шт.
7.17	620014, Свердловская область, г.о. город Екатеринбург, г Екатеринбург, пр-кт Ленина, стр. 20а, этаж № 5, кабинет № 21 площадью 35,6 м² в помещении 501
7.18	Стол – 7 шт.
7.19	Стул – 13 шт.
7.20	ПК (с возможностью подключения к сети «Интернет») – 1 шт.
7.21	Магнитно-маркерная доска – 1 шт.
7.22	Телевизор (75") – 1 шт.
7.23	
7.24	Помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета:
7.25	Адрес (местоположение) помещения для самостоятельной работы обучающихся Перечень компьютерной техники и оборудования
7.26	620014, Свердловская область, г.о. город Екатеринбург, г Екатеринбург, пр-кт Ленина, стр. 20а, этаж № 5, кабинет № 5 площадью 44,3 м² в помещении 501
7.27	ПК (ноутбук) – 9 шт.
7.28	Стол – 11 шт.
7.29	Стул – 11 шт.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для успешного освоения дисциплины рекомендуется ознакомиться с рабочей программой, целями и задачами дисциплины, её связями с другими дисциплинами образовательной программы. Также рекомендуется изучить основную и дополнительную литературу, перечень заданий. Перед лекцией просматривать конспект предыдущей лекции для более глубокого восприятия материала. При подготовке к практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной и методической литературой, учесть рекомендации преподавателя. Важно также опираться на конспекты лекций. В ходе занятий вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных понятий, явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. При пропуске занятия самостоятельно изучить материал и предоставить преподавателю отчёт по пропущенной теме в часы индивидуальных консультаций. При подготовке к текущей аттестации тщательно изучать материал по блокам тем, акцентировать внимание на определениях, терминах, содержании понятий. Для этого рекомендуется использовать основную литературу, а также конспекты лекций, составленные в ходе изучения всей дисциплины. При подготовке к промежуточной аттестации в дополнение к изучению конспектов лекций, словарей, учебных пособий, целесообразно пользоваться учебной литературой, рекомендованной в программе, и электронными ресурсами. При подготовке к зачёту или экзамену организовать учёбу так, чтобы все виды работ и заданий, предусмотренные рабочей программой, были выполнены в срок. Основное в подготовке — это повторение всего материала учебной дисциплины.