

Документ подписан простой электронной подписью
 Информация о владельце:
 ФИО: Стрельникова Светлана Евгеньевна
 Должность: ректор
 Дата подписания: 28.09.2026 16:46:35
 Уникальный программный ключ:
 ed7e7ef871ef28d870011250a92f17921078cc18

**Автономная некоммерческая образовательная организация высшего образования
 «Контур Университет»**



УТВЕРЖДАЮ

Ректор

С.Е. Стрельникова

15.09.2026 г.

МОДУЛЬ 2. ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫЙ
Математический анализ
 рабочая программа дисциплины (модуля)

Учебный план 09.03.03_ИИС_2026.plx
 09.03.03 Прикладная информатика

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **4 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 144

в том числе:

аудиторные занятия 64

самостоятельная работа 71

часов на контроль 9

Виды контроля в семестрах:
 экзамены 2

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	2 (1.2)		Итого	
Неделя	17 1/6			
Вид занятий	уп	рп	уп	рп
Лекции	32	32	32	32
Практические	32	32	32	32
Итого ауд.	64	64	64	64
Контактная работа	64	64	64	64
Сам. работа	71	71	71	71
Часы на контроль	9	9	9	9
Итого	144	144	144	144

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

разработана в соответствии с ФГОС ВО:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки
09.03.03 Прикладная информатика (приказ Минобрнауки России от 19.09.2017 г. № 922)

составлена на основании учебного плана:

09.03.03 Прикладная информатика

Одобрена Ученым советом вуза

Протокол от 15.09.2026 № 05.

Одобрена учебно-методической комиссией

Протокол от 10.09.2026 г. № 01

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.1	Цель освоения дисциплины:
1.2	Формирование у обучающихся системы фундаментальных знаний в области математического анализа, развитие способности применять методы дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов и функционального анализа для решения прикладных задач в области информационных систем и технологий, а также развитие логического и абстрактного мышления, необходимого для формализации и исследования информационных процессов и математического моделирования.
1.3	Задачи изучения дисциплины:
1.4	Ознакомить обучающихся с фундаментальными законами математического анализа (пределы, производные, интегралы, ряды) и их применением для решения прикладных задач в области информационных технологий;
1.5	Сформировать навыки вычисления пределов, производных и интегралов различных типов, исследования функций и построения их графиков с использованием методов дифференциального исчисления;
1.6	Развить способность применять методы интегрального исчисления для вычисления площадей, объемов и других характеристик, используемых в прикладных задачах;
1.7	Сформировать понимание теории рядов и их применения для аппроксимации функций и численных расчетов в информационных системах;
1.8	Развить навыки использования методов математического анализа для формализации и решения задач, связанных с моделированием информационных процессов и систем;
1.9	Содействовать развитию логического мышления, абстрактного восприятия и способности к математической формализации профессиональных задач в области прикладной информатики.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Цикл (раздел) ОП:	Б1.О.02
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Высшая математика
2.2	Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Естественно-научное мировоззрение
2.2.2	Основы проектной деятельности
2.2.3	Дискретная математика и математическая логика
2.2.4	Теория вероятности и математическая статистика

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ИНДИКАТОРЫ ИХ ДОСТИЖЕНИЯ	
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	
ОПК-1.2: Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)				
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Примечание
	Раздел 1.			
1.1	Элементы теории множеств и отображений /Лек/	2	2	
1.2	Элементы теории множеств и отображений /Пр/	2	2	
1.3	Элементы теории множеств и отображений /Ср/	2	4	
1.4	Действительные числа: аксиоматика и свойства /Лек/	2	2	
1.5	Действительные числа: аксиоматика и свойства /Пр/	2	2	

1.6	Действительные числа: аксиоматика и свойства /Ср/	2	4	
1.7	Числовые последовательности: предел, свойства, критерий Коши /Лек/	2	2	
1.8	Числовые последовательности: предел, свойства, критерий Коши /Пр/	2	2	
1.9	Числовые последовательности: предел, свойства, критерий Коши /Ср/	2	4	
1.10	Предел функции: определения по Гейне и по Коши /Лек/	2	2	
1.11	Предел функции: определения по Гейне и по Коши /Пр/	2	2	
1.12	Предел функции: определения по Гейне и по Коши /Ср/	2	4	
1.13	Замечательные пределы и раскрытие неопределенностей /Лек/	2	2	
1.14	Замечательные пределы и раскрытие неопределенностей /Пр/	2	2	
1.15	Замечательные пределы и раскрытие неопределенностей /Ср/	2	4	
1.16	Непрерывность функции: свойства и классификация точек разрыва /Лек/	2	2	
1.17	Непрерывность функции: свойства и классификация точек разрыва /Пр/	2	2	
1.18	Непрерывность функции: свойства и классификация точек разрыва /Ср/	2	5	
1.19	Производная и дифференциал: определение, правила дифференцирования /Лек/	2	2	
1.20	Производная и дифференциал: определение, правила дифференцирования /Пр/	2	2	
1.21	Производная и дифференциал: определение, правила дифференцирования /Ср/	2	5	
1.22	Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши, правило Лопиталя /Лек/	2	2	
1.23	Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши, правило Лопиталя /Пр/	2	2	
1.24	Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши, правило Лопиталя /Ср/	2	5	
1.25	Формула Тейлора и Маклорена, ее приложения /Лек/	2	2	
1.26	Формула Тейлора и Маклорена, ее приложения /Пр/	2	2	
1.27	Формула Тейлора и Маклорена, ее приложения /Ср/	2	5	
1.28	Исследование функций и построение графиков /Лек/	2	2	
1.29	Исследование функций и построение графиков /Пр/	2	2	
1.30	Исследование функций и построение графиков /Ср/	2	5	
1.31	Неопределенный интеграл: свойства и методы интегрирования /Лек/	2	2	
1.32	Неопределенный интеграл: свойства и методы интегрирования /Пр/	2	2	
1.33	Неопределенный интеграл: свойства и методы интегрирования /Ср/	2	5	
1.34	Определенный интеграл Римана: свойства, формула Ньютона-Лейбница /Лек/	2	2	
1.35	Определенный интеграл Римана: свойства, формула Ньютона-Лейбница /Пр/	2	2	
1.36	Определенный интеграл Римана: свойства, формула Ньютона-Лейбница /Ср/	2	5	
1.37	Несобственные интегралы и признаки их сходимости /Лек/	2	2	
1.38	Несобственные интегралы и признаки их сходимости /Пр/	2	2	

1.39	Несобственные интегралы и признаки их сходимости /Ср/	2	5	
1.40	Функции нескольких переменных: предел, частные производные, экстремумы /Лек/	2	2	
1.41	Функции нескольких переменных: предел, частные производные, экстремумы /Пр/	2	2	
1.42	Функции нескольких переменных: предел, частные производные, экстремумы /Ср/	2	5	
1.43	Числовые ряды: признаки сходимости, абсолютная и условная сходимость /Лек/	2	4	
1.44	Числовые ряды: признаки сходимости, абсолютная и условная сходимость /Пр/	2	4	
1.45	Числовые ряды: признаки сходимости, абсолютная и условная сходимость /Ср/	2	6	
1.46	/Экзамен/	2	9	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

Темы для обсуждения на практических занятиях:

Практико-ориентированные задания:

Задание № 1. «Операции над множествами и отображениями» (к теме 1.1)

Тема: Элементы теории множеств и отображений.

Цель: сформировать навыки выполнения операций над множествами, закрепить понятия отображения, инъекции, сюръекции и биекции.

Условие: Даны множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$.

Задания для студентов:

1. Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.
2. Найдите $(A \cup B) \cap C$ и $(A \cap C) \cup (B \cap C)$, проверьте дистрибутивность.
3. Определите, является ли отображение $f: A \rightarrow B$, заданное правилом $f(x) = x + 1$, инъективным, сюръективным, биективным. Ответ обоснуйте.

4. Для отображения f из пункта 3 укажите образ множества A и прообраз элемента 5.

5. Приведите пример биекции между множеством A и множеством $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Форма отчётности: Письменное решение с обоснованием каждого вывода.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 1 (Операции с множествами, отображения). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 2. «Свойства действительных чисел» (к теме 1.2)

Тема: Действительные числа: аксиоматика и свойства.

Цель: закрепить понимание свойств действительных чисел, освоить применение принципа полноты и аксиомы Архимеда.

Условие: Рассмотрите числовые множества $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 2\}$, $Y = \{1/n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Задания для студентов:

1. Запишите X в виде интервала. Укажите $\sup X$ и $\inf X$. Принадлежат ли они множеству?
2. Найдите $\sup Y$ и $\inf Y$. Докажите, что $\inf Y = 0$, используя аксиому Архимеда.
3. Приведите пример ограниченного сверху множества, не имеющего максимума.
4. Сформулируйте принцип полноты множества действительных чисел.
5. Проверьте, является ли множество $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 < 2\}$ ограниченным сверху. Имеет ли оно точную верхнюю грань в $\mathbb{Q}$?

Форма отчётности: Письменное решение с доказательствами.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 1 (Действительные числа). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 3. «Сходимость числовых последовательностей» (к теме 1.3)

Тема: Числовые последовательности: предел, свойства, критерий Коши.

Цель: сформировать навыки вычисления пределов последовательностей, научиться доказывать сходимость по определению и с использованием критерия Коши.

Условие: Даны последовательности: $a_n = (2n + 1) / (n + 3)$, $b_n = (-1)^n$, $c_n = 1/n^2$.

Задания для студентов:

1. Найдите предел последовательности a_n , вычислив его.
2. Используя определение предела ($\forall \epsilon \exists N$), докажите, что $\lim a_n = 2$.
3. Исследуйте последовательность b_n на сходимость. Есть ли у неё предел?
4. Проверьте последовательность c_n по критерию Коши: запишите условие и покажите его выполнение.
5. Определите, является ли последовательность a_n монотонной и ограниченной.

Форма отчётности: Письменное решение с ε -доказательствами.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 2 (Предел последовательности). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 4. «Вычисление пределов функций» (к теме 1.4)

Тема: Предел функции: определения по Гейне и по Коши.

Цель: освоить два эквивалентных определения предела функции, научиться вычислять пределы и доказывать их.

Условие: Дана функция $f(x) = (x^2 - 1) / (x - 1)$.

Задания для студентов:

1. Найдите область определения функции.
2. Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.
3. Используя определение предела по Гейне, покажите, что этот предел существует (рассмотрите произвольную последовательность $x_n \rightarrow 1$).
4. Используя определение предела по Коши ($\forall \varepsilon \exists \delta$), докажите, что предел равен 2.
5. Сравните значения предела и значения функции в точке $x = 1$. Является ли функция непрерывной в этой точке?

Форма отчётности: Письменное решение с доказательством по обоим определениям.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 2 (Предел функции). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 5. «Вычисление замечательных пределов» (к теме 1.5)

Тема: Замечательные пределы и раскрытие неопределенностей.

Цель: сформировать навыки вычисления пределов с использованием первого и второго замечательных пределов.

Условие: Вычислите пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(3x) / x$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) / x^2$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 1/x)^x$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{1/x}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} x / x$

Задания для студентов:

6. Определите тип неопределенности для каждого предела.
7. Для первого и второго пределов приведите их к первому замечательному пределу.
8. Для третьего предела используйте второй замечательный предел.
9. Для четвёртого предела выполните замену переменной, чтобы свести ко второму замечательному.
10. Используя результат предела 1 и определение производной $\sin x$ в точке 0, вычислите $(\sin x)'$ при $x = 0$.

Форма отчётности: Письменное решение с обоснованием приведений.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 2 (Замечательные пределы). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 6. «Исследование непрерывности функций» (к теме 1.6)

Тема: Непрерывность функции: свойства и классификация точек разрыва.

Цель: сформировать навыки исследования функций на непрерывность, научиться классифицировать точки разрыва.

Условие: Дана функция:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x < 0 \\ 2, & \text{если } x = 0 \\ x^2 + 1, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

Задания для студентов:

1. Найдите область определения функции.
2. Вычислите односторонние пределы при $x \rightarrow 0^-$ и $x \rightarrow 0^+$.
3. Проверьте выполнение условий непрерывности в точке $x = 0$.
4. Определите характер точки $x = 0$ (устранимый разрыв, разрыв первого рода, разрыв второго рода).
5. Найдите точки разрыва функции $f(x) = 1 / (x^2 - 1)$ и классифицируйте их.

Форма отчётности: Письменное решение с классификацией разрывов.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 2 (Непрерывность функций). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 7. «Вычисление производных» (к теме 1.7)

Тема: Производная и дифференциал: определение, правила дифференцирования.

Цель: сформировать навыки вычисления производных с использованием правил дифференцирования и таблицы производных.

Условие: Найдите производные функций:

1. $y = 5x^4 - 3x^2 + 2x - 7$
2. $y = x^3 \cdot \cos x$
3. $y = (2x - 1) / (x + 3)$
4. $y = e^{(3x)} \cdot \sin 2x$

$$5. y = \ln(2x^2 + 1)$$

Задания для студентов:

6. Определите, какое правило дифференцирования применяется для каждой функции.
7. Вычислите производные с подробным промежуточным решением.
8. Для сложных функций укажите внутреннюю и внешнюю функции.
9. Для функции 2 проверьте результат, разложив произведение по правилу $(uv)'$.
10. Найдите дифференциал dy для функции 4.

Форма отчётности: Письменное решение с выделением правил дифференцирования.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 3 (Дифференцирование). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 8. «Теоремы о среднем и правило Лопиталя» (к теме 1.8)

Тема: Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши, правило Лопиталя.

Цель: освоить применение теорем о среднем для анализа функций и правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей.

Условие:

1. Для функции $f(x) = x^2 - 2x$ на отрезке $[0, 2]$ найдите точку, в которой выполняется теорема Лагранжа.
2. Вычислите пределы: $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1 - x) / x^2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x / x$; $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln x$.

Задания для студентов:

3. Сформулируйте теорему Лагранжа и проверьте её условия для $f(x) = x^2 - 2x$.
4. Найдите значение c из теоремы Лагранжа и интерпретируйте геометрически.
5. Для пределов определите тип неопределённости и примените правило Лопиталя.
6. Для предела $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln x$ преобразуйте неопределённость к виду $0/0$ или ∞/∞ .
7. Проверьте условия применимости правила Лопиталя перед каждым использованием.

Форма отчётности: Письменное решение с формулировками теорем.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 3 (Теоремы о среднем, правило Лопиталя). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 9. «Формула Тейлора и её приложения» (к теме 1.9)

Тема: Формула Тейлора и Маклорена, её приложения.

Цель: освоить разложение функций по формуле Тейлора и использовать его для приближённых вычислений.

Условие: Разложите функцию $f(x) = \cos x$ по формуле Маклорена до 4-го порядка включительно.

Задания для студентов:

1. Вычислите значения функции и её производных до 4-го порядка в точке $x_0 = 0$.
2. Запишите многочлен Тейлора 4-й степени для $\cos x$.
3. Запишите остаточный член в форме Пеано.
4. Используя разложение, вычислите приближённое значение $\cos 0,2$ и сравните с табличным ($\cos 0,2 \approx 0,980067$).
5. Оцените погрешность приближения с помощью остаточного члена в форме Лагранжа.

Форма отчётности: Письменное решение с оценкой точности.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 3 (Формула Тейлора). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 10. «Исследование функции и построение графика» (к теме 1.10)

Тема: Исследование функций и построение графиков.

Цель: сформировать навыки полного исследования функции с использованием производных и построения графика.

Условие: Проведите полное исследование функции $f(x) = (x - 1)^2 / (x + 1)$ и постройте её график.

Задания для студентов:

1. Найдите область определения функции и точки разрыва.
2. Исследуйте функцию на чётность/нечётность.
3. Найдите вертикальные и наклонные асимптоты графика.
4. Найдите интервалы монотонности и точки экстремума с помощью первой производной.
5. Найдите интервалы выпуклости и точки перегиба с помощью второй производной.
6. Постройте график с отмеченными характерными точками и асимптотами.

Форма отчётности: Полное письменное исследование с графиком.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 3 (Исследование функций). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 11. «Вычисление неопределённых интегралов» (к теме 1.11)

Тема: Неопределённый интеграл: свойства и методы интегрирования.

Цель: сформировать навыки интегрирования с использованием табличных интегралов, замены переменной и интегрирования по частям.

Условие: Найдите неопределённые интегралы:

1. $\int (3x^2 - 4x + 1) dx$
2. $\int (2x + 1)^3 dx$
3. $\int x \cdot e^x dx$

4. $\int \ln x \, dx$

5. $\int (1 / (x^2 + 4)) \, dx$

Задания для студентов:

- Определите метод интегрирования для каждого интеграла.
- Вычислите интегралы с подробным решением.
- Для интеграла 3 примените интегрирование по частям, указав выбор u и dv .
- Для интеграла 5 приведите к табличному виду с помощью замены переменной.
- Выполните проверку дифференцированием для интегралов 2 и 4.

Форма отчётности: Письменное решение с проверкой.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 4 (Неопределённый интеграл). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 12. «Определённый интеграл Римана» (к теме 1.12)

Тема: Определённый интеграл Римана: свойства, формула Ньютона-Лейбница.

Цель: освоить вычисление определённых интегралов по формуле Ньютона-Лейбница и применять их свойства для решения задач.

Условие: Вычислите интегралы:

- $\int_0^1 (3x^2 - 2x) \, dx$
- $\int_1^2 (1 / x^2) \, dx$
- $\int_0^\pi \sin x \, dx$
- $\int_0^1 x \cdot e^x \, dx$
- $\int_{-2}^2 (x^3) \, dx$

Задания для студентов:

- Найдите первообразные для каждой подынтегральной функции.
- Примените формулу Ньютона-Лейбница для вычисления интегралов.
- Для интеграла 5 объясните, почему результат равен 0. Связано ли это с чётностью/нечётностью?
- Запишите свойство линейности определённого интеграла и проверьте его на интеграле 1.
- Используя интеграл 4, проверьте формулу интегрирования по частям для определённого интеграла.

Форма отчётности: Письменное решение с использованием формулы Ньютона-Лейбница.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 4 (Определённый интеграл). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 13. «Исследование несобственных интегралов» (к теме 1.13)

Тема: Несобственные интегралы и признаки их сходимости.

Цель: сформировать навыки исследования несобственных интегралов на сходимость и вычисления сходящихся интегралов.

Условие: Исследуйте на сходимость интегралы:

- $\int_1^\infty (1 / x^2) \, dx$
- $\int_1^\infty (1 / x) \, dx$
- $\int_0^1 (1 / \sqrt{x}) \, dx$
- $\int_0^\infty e^{-x} \, dx$
- $\int_1^\infty (1 / (x^2 + 1)) \, dx$

Задания для студентов:

- Определите тип несобственности для каждого интеграла (бесконечный предел или особая точка).
- Вычислите каждый интеграл и сделайте вывод о сходимости.
- Для интеграла 2 докажите расходимость с помощью вычисления.
- Сформулируйте интегральный признак сходимости для положительных функций.
- Для интеграла 5 примените замену переменной $x = \tan t$ и вычислите интеграл как несобственный.

Форма отчётности: Письменное решение с выводами о сходимости/расходимости.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 4 (Несобственные интегралы). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 14. «Функции нескольких переменных» (к теме 1.14)

Тема: Функции нескольких переменных: предел, частные производные, экстремумы.

Цель: сформировать навыки вычисления частных производных, исследования на экстремум и нахождения предела функций двух переменных.

Условие: Дана функция $z = x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5$.

Задания для студентов:

- Найдите частные производные $\partial z / \partial x$ и $\partial z / \partial y$.
- Найдите точку, в которой обе частные производные равны нулю.
- Вычислите вторые частные производные и проверьте достаточные условия экстремума.
- Определите характер найденной точки (минимум, максимум, седло).
- Вычислите предел $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2 \cdot y) / (x^2 + y^2)$, если он существует.

Форма отчётности: Письменное решение с анализом экстремума.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 5 (Функции нескольких переменных). — URL:

<https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

Задание № 15. «Исследование числовых рядов» (к теме 1.15)

Тема: Числовые ряды: признаки сходимости, абсолютная и условная сходимость.

Цель: сформировать навыки исследования числовых рядов на сходимость с использованием различных признаков.

Условие: Исследуйте на сходимость ряды:

1. $\sum_{n=1..∞} 1 / n^2$
2. $\sum_{n=1..∞} 1 / n$
3. $\sum_{n=1..∞} 1 / (2^n)$
4. $\sum_{n=1..∞} (-1)^n / n$
5. $\sum_{n=1..∞} (n / (n + 1))^n$

Задания для студентов:

6. Определите вид каждого ряда (положительный, знакочередующийся).
7. Для рядов 1, 2 и 3 примените интегральный признак или признак сравнения.
8. Для ряда 4 примените признак Лейбница и определите тип сходимости (абсолютная или условная).
9. Для ряда 5 примените радикальный признак Коши.
10. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда и проверьте его для каждого ряда.

Форма отчётности: Письменное решение с применением признаков сходимости.

Рекомендуемая литература: Дорофеева, А. В. Высшая математика. Сборник задач : учебно-практическое пособие. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — Раздел 6 (Числовые ряды). — URL: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-sbornik-zadach-582818>

ОПК-1.1 Кейс № 1. Модель распространения информации (логистическая кривая) (к теме 1.3)

Тема: 1.3 Числовые последовательности: предел, свойства.

Сфера: Социальные сети, вирусный маркетинг, моделирование распространения контента.

Ситуация: Вы — аналитик в IT-компании. Количество пользователей, которые скачали новое мобильное приложение, описывается логистической функцией: $N(t) = 1\,000\,000 / (1 + 99 * e^{(-0,2t)})$, где t — время в днях с момента релиза. Вам нужно спрогнозировать насыщение рынка.

Задание:

Найдите предел $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t)$. Какой смысл имеет этот предел в контексте задачи?

Найдите скорость роста числа скачиваний $N'(t)$ (производную).

Определите день t (момент времени), в который скорость распространения максимальна (используйте свойства логистической кривой).

Вычислите число скачиваний в этот день.

Постройте график функции $N(t)$ (качественно) и укажите на нем точку максимальной скорости роста.

Форма отчётности: Письменное решение с прогнозом насыщения рынка.

ОПК-1.1 Кейс № 2. Анализ скорости загрузки сайта (производная как скорость процесса) (к теме 1.7)

Тема: 1.7 Производная и дифференциал: определение, правила дифференцирования.

Сфера: Веб-аналитика, оптимизация производительности.

Ситуация: Вы — системный администратор. Вы заметили, что время загрузки страницы T (в миллисекундах) зависит от количества одновременных пользователей N , подключенных к серверу, по закону: $T(N) = 0,5N^2 + 20N + 100$ (при N от 0 до 50). Необходимо оценить, как быстро растёт время загрузки при увеличении числа пользователей.

Задание:

Найдите производную $T'(N)$, интерпретируйте ее как скорость роста времени загрузки на одного дополнительного пользователя.

Вычислите скорость деградации при $N = 10$ и при $N = 40$ пользователей.

Объясните, почему рост производительности ускоряется с увеличением нагрузки.

Найдите дифференциал dT при увеличении числа пользователей с 20 до 22. Сравните приближенное значение (через дифференциал) с точным приращением ΔT .

Сформулируйте рекомендацию по увеличению мощности сервера, если допустимое время загрузки не должно превышать 1000 мс.

Форма отчётности: Письменное решение с интерпретацией производной для прогнозирования нагрузки.

ОПК-1.1 Кейс № 3. Качество рекомендательной системы (метрика и оптимизация) (к теме 1.10)

Тема: 1.10 Исследование функций и построение графиков (экстремумы).

Сфера: Рекомендательные системы, машинное обучение.

Ситуация: Вы — разработчик рекомендательной системы для онлайн-кинотеатра. Для оценки качества рекомендаций используется метрика F-мера, которая является средним гармоническим между точностью (Precision) и полнотой (Recall). В вашей модели точность и полнота связаны соотношением: $\text{Precision}(p) = p$, $\text{Recall}(p) = 1 - p$, где p — порог уверенности модели, изменяющийся от 0 до 1. Вам нужно найти порог, при котором F-мера максимальна.

Задание:

Запишите формулу F-меры: $F = 2 * (\text{Precision} * \text{Recall}) / (\text{Precision} + \text{Recall})$. Подставьте выражения для Precision и Recall.

Упростите полученную функцию $F(p)$.

Найдите производную $F'(p)$ и определите критическую точку на интервале $(0, 1)$.

Проверьте, является ли найденная точка максимумом (используйте вторую производную или метод интервалов).

Вычислите максимальное значение F-меры. Объясните, почему при $p = 0$ или $p = 1$ F-мера равна 0.

Форма отчётности: Письменное решение с выводом оптимального порога для модели.

ОПК-1.1 Кейс № 4. Оптимизация SQL-запроса и оценка сложности (интегралы для приближенных вычислений) (к теме 1.12)

Тема: 1.12 Определенный интеграл Римана: свойства, формула Ньютона-Лейбница.

Сфера: Базы данных, оптимизация запросов, вычислительная сложность.

Ситуация: Вы — разработчик баз данных. Время выполнения сложного аналитического запроса с перекрестным соединением (CROSS JOIN) в реляционной базе данных приблизительно пропорционально $N \times M$, где N — число записей в одной таблице, M — в другой. Количество записей изменяется по закону: $N(t) = 100 + 5t$, $M(t) = 200 + 3t$, где t — количество дней роста базы данных. Вам нужно рассчитать общее время выполнения запросов за период с 10-го по 20-й день.

Задание:

Запишите функцию сложности (времени) запроса как произведение $N(t) \cdot M(t)$ (в условных единицах).

Вспомните, что общее время за период равно определенному интегралу от функции сложности: $S = \int_{\text{от } 10 \text{ до } 20} N(t) \cdot M(t) dt$.

Вычислите этот интеграл, используя формулу Ньютона-Лейбница.

Найдите среднее значение функции сложности на этом интервале (среднее арифметическое интеграла).

Объясните, почему интеграл, а не просто среднее арифметическое конечных точек, дает правильную оценку общего времени.

Форма отчётности: Письменное решение с вычислением интеграла и объяснением его применения для оценки ресурсоемкости.

ОПК-1.1 Кейс № 5. Рекурсивные алгоритмы и числовые ряды (анализ сходимости) (к теме 1.15)

Тема: 1.15 Числовые ряды: признаки сходимости, абсолютная и условная сходимость.

Сфера: Алгоритмы машинного обучения, градиентный спуск, анализ сходимости итерационных методов.

Ситуация: Вы — data scientist. Вы обучаете нейронную сеть методом градиентного спуска. Величина функции потерь на каждом шаге итерации (epoch) уменьшается примерно по закону: $L(n) = L_0 / n$, где $L_0 = 100$ — начальная ошибка, n — номер итерации. Вам нужно понять, сходится ли суммарная ошибка (общие потери) к конечному значению при бесконечном числе итераций, и определить, начиная с какого шага вклад очередной итерации становится пренебрежимо малым (менее 0,001 от исходной ошибки).

Задание:

Запишите общую сумму потерь за все итерации как числовой ряд $\sum_{n=1.. \infty} 100 / n$.

Исследуйте этот ряд на сходимость. Сделайте вывод: сойдется ли общая сумма потерь к конечному значению или будет бесконечно расти?

Исследуйте ряд $\sum_{n=1.. \infty} 100 / n^2$ на сходимость и объясните, почему в алгоритмах часто используют квадратичную регуляризацию.

Для ряда из пункта 1, начиная с какого номера итерации n , величина $100 / n$ станет меньше 0,001? Это и есть момент «насыщения» обучения.

Сделайте вывод о том, почему градиентный спуск всегда останавливают по достижении определенного числа итераций или порога ошибки, а не ждут до бесконечности.

Форма отчётности: Письменное решение с применением признаков сходимости и анализом алгоритма обучения.

Примерные вопросы к экзамену:

1. Дайте определение отображения. Что такое инъекция, сюръекция и биекция? Приведите примеры.
2. Сформулируйте принцип полноты (непрерывности) множества действительных чисел. В чем разница между точной верхней и нижней гранью множества?
3. Дайте определение предела числовой последовательности на языке « $\epsilon - N$ ». Поясните геометрический смысл этого определения.
4. Сформулируйте критерий Коши сходимости последовательности. В чем его практическая ценность?
5. Сформулируйте определение предела функции по Гейне и по Коши. Докажите их эквивалентность (в общих чертах).
6. Сформулируйте первый и второй замечательные пределы. Приведите примеры их использования для раскрытия неопределенностей.
7. Какая функция называется непрерывной в точке? Сформулируйте определение на языке « $\epsilon - \delta$ » и в терминах приращений.
8. Как классифицируются точки разрыва функций? Приведите примеры устранимого разрыва и разрыва первого рода.
9. Дайте определение производной функции в точке. В чем ее геометрический и физический смысл?
10. Сформулируйте правила дифференцирования произведения и частного функций. Приведите примеры.
11. Сформулируйте теорему Лагранжа о среднем значении. Какова ее геометрическая интерпретация?
12. В чем суть правила Лопиталя? При раскрытии каких неопределенностей оно применяется?
13. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Для чего используется формула Маклорена?
14. Опишите алгоритм исследования функции на монотонность и экстремумы с помощью первой производной.
15. Какие условия являются достаточными для существования точки перегиба? Как связаны вторая производная и выпуклость функции?
16. Что называется первообразной функции? Сформулируйте основное свойство множества всех первообразных.

17. Перечислите основные методы интегрирования. В чем суть метода замены переменной в неопределенном интеграле?
 18. Дайте определение определенного интеграла Римана как предела интегральных сумм. Поясните геометрический смысл.
 19. Сформулируйте формулу Ньютона-Лейбница. Какое условие является ключевым для ее применения?
 20. Какой интеграл называется несобственным интегралом первого рода? Второго рода? Приведите примеры.
 21. Сформулируйте интегральный признак сходимости для положительных рядов. Приведите пример его использования.
- Раздел 5. Функции нескольких переменных и ряды (темы 1.14 – 1.15)
22. Дайте определение частной производной функции нескольких переменных. Как геометрически интерпретируется частная производная по x ?
 23. Сформулируйте достаточные условия существования экстремума функции двух переменных. Что такое стационарная точка?
 24. В чем суть метода множителей Лагранжа для нахождения условного экстремума? Когда он применяется?
 25. Какой ряд называется сходящимся? Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда.
 26. Сформулируйте достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признак Даламбера и радикальный признак Коши.
 27. Сформулируйте признак Лейбница для знакопеременных рядов. Дайте определение абсолютной и условной сходимости ряда.
 28. Сформулируйте теорему о дифференцировании сложной функции нескольких переменных (правило цепочки).
- Раздел 6. Обобщающие вопросы
29. В чем различие между понятиями «предел функции в точке» и «непрерывность функции в точке»?
 30. Перечислите основные этапы полного исследования функции одной переменной и построения ее графика.

5.2. Темы письменных работ

не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

Тестовые задания:

ОПК-1.2.

РАЗДЕЛ 1. ВОПРОСЫ НА СООТВЕТСТВИЕ (№ 1–5)

Инструкция: к каждому элементу из левого столбца подберите ОДИН соответствующий элемент из правого столбца. Ответ запишите в виде сочетания цифр и букв (например: 1-А, 2-Б, 3-В, 4-Г). Каждая буква используется только один раз.

Вопрос № 1. Соответствие между математическим объектом и его определением

Установите соответствие между понятием и его определением:

Понятие Определение

1. Предел числовой последовательности А. Функция, для которой $\exists L \in \mathbb{R}$ такое, что $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: f(x) - L < \varepsilon$ при $0 < x - a < \delta$
2. Предел функции по Коши Б. Функция $F(x)$, для которой $F'(x) = f(x)$
3. Непрерывность функции в точке В. Число А, такое что $\forall \varepsilon > 0 \exists N$: для всех $n > N$ выполняется $a_n - A < \varepsilon$
4. Первообразная функции Г. Выполнение условия $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Ответ: 1 __, 2 __, 3 __, 4 __

Вопрос № 2. Соответствие между теоремой и её формулировкой

Установите соответствие между теоремой и её математической записью:

Теорема Формулировка

1. Теорема Лагранжа А. Если $f(a) \cdot f(b) < 0$, то $\exists c \in (a, b): f(c) = 0$
2. Теорема Ролля Б. $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$
3. Теорема Больцано-Коши (о нуле) В. Если $f(a) = f(b)$, то $\exists c \in (a, b): f'(c) = 0$
4. Формула Ньютона-Лейбница Г. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

Ответ: 1 __, 2 __, 3 __, 4 __

Вопрос № 3. Соответствие между признаком сходимости и его условием

Установите соответствие между признаком сходимости числового ряда и его условием:

Признак Условие

1. Необходимый признак А. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$, то ряд сходится
2. Признак Даламбера Б. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$, то ряд расходится
3. Радикальный признак Коши В. Ряд сходится, если сходится ряд из модулей членов
4. Признак абсолютной сходимости Г. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1}/a_n < 1$, то ряд сходится

Ответ: 1 __, 2 __, 3 __, 4 __

Вопрос № 4. Соответствие между методом интегрирования и его формулой

Установите соответствие между методом интегрирования и соответствующей формулой:

Метод Формула

1. Интегрирование по частям А. $\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f(u) du$
2. Замена переменной Б. $\int u dv = uv - \int v du$
3. Интегрирование рациональной дроби В. $\int (P(x)/Q(x)) dx = \int (\text{целая часть}) dx + \int (\text{правильная дробь}) dx$
4. Интегрирование по частям (определённый интеграл) Г. $\int_a^b u dv = (uv)_a^b - \int_a^b v du$

Ответ: 1 __, 2 __, 3 __, 4 __

Вопрос № 5. Соответствие между типом точки разрыва и её характеристикой

Установите соответствие между типом точки разрыва функции и её характеристикой:

Тип разрыва Характеристика

1. Устранимый разрыв А. Оба односторонних предела не существуют или бесконечны
2. Разрыв первого рода (скачок) Б. Существует $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, но он не равен $f(a)$
3. Разрыв второго рода В. Левый и правый пределы существуют и не равны
4. Точка непрерывности Г. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Ответ: 1 __, 2 __, 3 __, 4 __

РАЗДЕЛ 2. ВОПРОСЫ С ОДНИМ ВЕРНЫМ ОТВЕТОМ (№ 6–10)

Инструкция: прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите только букву выбранного варианта ответа (А, Б, В или Г).

Вопрос № 6. Чему равен предел $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(5x) / x$?

- А) 0
- Б) 1
- В) 5
- Г) ∞

Ответ:

Вопрос № 7. Какая из перечисленных функций является непрерывной на всей числовой прямой?

- А) $f(x) = 1/x$
- Б) $f(x) = \operatorname{tg} x$
- В) $f(x) = x^2 + 3x - 1$
- Г) $f(x) = \ln x$

Ответ:

Вопрос № 8. Чему равна производная функции $f(x) = e^{(3x)}$?

- А) $3 \cdot e^{(3x)}$
- Б) $e^{(3x)}$
- В) $3 \cdot e^{(3x-1)}$
- Г) $e^{(3x)} \cdot x$

Ответ:

Вопрос № 9. Какой из интегралов является несобственным интегралом первого рода?

- А) $\int_0^1 (1/\sqrt{x}) dx$
- Б) $\int_1^\infty (1/x^2) dx$
- В) $\int_0^1 (1/(x-1)) dx$
- Г) $\int_{-1}^1 (1/x) dx$

Ответ:

Вопрос № 10. Ряд $\sum_{n=1.. \infty} (-1)^n / n$ является:

- А) Абсолютно сходящимся
- Б) Условно сходящимся
- В) Расходящимся
- Г) Не является знакочередующимся

Ответ:

РАЗДЕЛ 3. ВОПРОСЫ С ОДНИМ АРГУМЕНТИРОВАННЫМ ОТВЕТОМ (№ 11–15)

Инструкция: Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Вопрос № 11. Функция $f(x) = x^2 - 4x + 3$ на отрезке $[0, 4]$ достигает своего наименьшего значения в точке:

- А) $x = 0$
- Б) $x = 2$
- В) $x = 4$
- Г) $x = 1$

Ответ:

Вопрос № 12. Чему равен интеграл $\int_0^\pi \sin x dx$?

- А) 0
- Б) 1
- В) 2
- Г) -1

Ответ:

Вопрос № 13. Какой вид имеет формула Тейлора для функции $f(x)$ в окрестности точки x_0 ?

А) $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \dots + f^{(n)}(x_0)/n! \cdot (x - x_0)^n + R_n(x)$

Б) $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x + x_0) + \dots$

В) $f(x) = f(x_0) \cdot (x - x_0) + \dots$

Г) $f(x) = \sum f^{(n)}(x_0) \cdot (x - x_0)^n$

Ответ:

Вопрос № 14. Имеет ли функция $f(x) = |x|$ производную в точке $x = 0$?

А) Да, равна 1

Б) Да, равна -1

В) Да, равна 0

Г) Нет, не имеет

Ответ:

Вопрос № 15. Исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n=1..∞} 1 / (n^2 + 1)$. Какой признак следует применить?

А) Признак Даламбера

Б) Признак Лейбница

В) Признак сравнения (с рядом $1/n^2$)

Г) Радиальный признак Коши

Ответ:

РАЗДЕЛ 4. ВОПРОСЫ С НЕСКОЛЬКИМИ ВЕРНЫМИ ОТВЕТАМИ (№ 16–20)

Инструкция: прочитайте текст, выберите не менее двух правильных вариантов ответов и запишите только буквы выбранных вариантов ответов (А, Б, В или Г).

Вопрос № 16. Какие из перечисленных функций являются бесконечно малыми при $x \rightarrow 0$?

А) $\sin x$

Б) $e^x - 1$

В) $1/x$

Г) x^2

Ответ:

Вопрос № 17. Какие из перечисленных операций применимы к функциям, имеющим производную в точке?

А) Сложение

Б) Умножение

В) Деление, если знаменатель не равен нулю

Г) Извлечение корня чётной степени

Ответ:

Вопрос № 18. Какие из перечисленных методов интегрирования относятся к основным?

А) Непосредственное интегрирование (по таблице)

Б) Замена переменной

В) Интегрирование по частям

Г) Метод неопределённых коэффициентов

Ответ:

Вопрос № 19. Какие из перечисленных рядов сходятся?

А) $\sum_{n=1..∞} 1/n^2$

Б) $\sum_{n=1..∞} 1/n$

В) $\sum_{n=1..∞} 1/2^n$

Г) $\sum_{n=1..∞} (-1)^n / n$

Ответ:

Вопрос № 20. Какие из перечисленных свойств справедливы для определённого интеграла?

А) Линейность: $\int_a^b (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx$

Б) Аддитивность: $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

В) $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$

Г) Если $f(x) \leq g(x)$ на $[a, b]$, то $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$

Ответ:

РАЗДЕЛ 5. ВОПРОСЫ С ОТКРЫТЫМ РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ (№ 21–25)

Инструкция: Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Вопрос № 21. Сформулируйте определение предела числовой последовательности на языке « ε - N ». Докажите, что последовательность $a_n = (2n + 1) / (n + 3)$ имеет предел, равный 2.

Ответ:

Вопрос № 22. Сформулируйте теорему Лагранжа о среднем значении. Приведите её геометрическую интерпретацию.

Ответ:

Вопрос № 23. Вычислите неопределённый интеграл $\int x \cdot \ln x \, dx$, применяя метод интегрирования по частям. Запишите полное решение.

Ответ:

Вопрос № 24. Дайте определение несобственного интеграла первого рода. Исследуйте на сходимость интеграл $\int_1^{\infty} (1 / x^2) \, dx$.

Ответ:

Вопрос № 25. Для функции двух переменных $z = x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5$ найдите точку экстремума. Определите её характер (минимум, максимум или седловая точка).

Ответ:

РАЗДЕЛ 6. ВОПРОСЫ НА УСТАНОВЛЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (№ 26–30)

Инструкция: Прочитайте текст, установите правильную последовательность действий и запишите аргументы, обосновывающие выбранный порядок.

Вопрос № 26. Установите правильную последовательность действий при исследовании функции на экстремум с помощью первой производной.

- А) Найти критические точки: $f'(x) = 0$ или $f'(x)$ не существует
- Б) Вычислить значения функции в найденных точках экстремума
- В) Найти производную $f'(x)$
- Г) Определить знак производной на каждом интервале и сделать вывод о наличии экстремума

Ответ:

Вопрос № 27. Установите правильную последовательность действий при вычислении определённого интеграла методом замены переменной.

- А) Пересчитать пределы интегрирования для новой переменной
- Б) Вычислить полученный интеграл по новой переменной
- В) Подобрать замену переменной $t = g(x)$ и найти $dt = g'(x) \, dx$
- Г) Записать результат в исходной переменной (или подставить новые пределы)

Ответ:

Вопрос № 28. Установите правильную последовательность действий при исследовании сходимости знакопеременующегося ряда по признаку Лейбница.

- А) Проверить, что члены ряда монотонно убывают по модулю: $|a_n| \geq |a_{n+1}|$
- Б) Сделать вывод о сходимости ряда
- В) Убедиться, что ряд является знакопеременующимся
- Г) Проверить, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

Ответ:

Вопрос № 29. Установите правильную последовательность действий при нахождении частных производных функции двух переменных.

- А) Найти частную производную по x : $\partial z / \partial x$, считая y постоянным
- Б) Записать исходную функцию $z = f(x, y)$
- В) Найти частную производную по y : $\partial z / \partial y$, считая x постоянным
- Г) Проверить выполнение равенства смешанных производных (теорема Шварца)

Ответ:

Вопрос № 30. Установите правильную последовательность действий при построении графика функции с использованием производных.

- А) Найти интервалы монотонности и точки экстремума
- Б) Найти область определения и точки разрыва
- В) Найти интервалы выпуклости и точки перегиба
- Г) Построить график с отмеченными характерными точками и асимптотами

Ответ:

5.4. Перечень видов оценочных средств и критерии оценивания

Контроль результатов освоения дисциплины является формой управления качества образования.

Контроль результатов освоения дисциплины осуществляется в виде текущего контроля и промежуточной аттестации (экзамена).

Система текущего контроля включает:

1. контроль работы обучающихся на лекционных и практических занятиях;
2. контроль участия в совместной работе группы;
3. контроль выполнения индивидуальных заданий;
4. контроль выполнения обучающимися заданий для самостоятельной работы.

Промежуточная аттестация осуществляется в виде экзамена, который проводится в устной либо письменной форме.

Задачи промежуточной аттестации:

1. определить общий уровень освоения дисциплины в целом;
2. определить уровень основных знаний по каждой теме курса;
3. объективизировать результат контроля, минимизировать возможную субъективность преподавателя.

Критерии и рубрики оценивания Элемент контроля/Критерий/Индикаторы/Уровни (0–5)/Комментарий к уровню «5»
РАЗДЕЛ 1. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ (№ 1–15)

Задание № 1. «Операции над множествами и отображениями» (к теме 1.1)

Элемент контроля: Операции над множествами и отображения. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — выполнены операции над множествами, но допущены ошибки в обосновании свойств отображений; 5 — полностью верно выполнены все операции над множествами ($A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$), проверена дистрибутивность, корректно определены инъективность/сюръективность/биективность отображения f , найден образ и прообраз, приведён пример биекции; решение оформлено с полным обоснованием. Комментарий к уровню «5»: Правильно выполнены все операции над множествами (объединение, пересечение, разность); проверена дистрибутивность $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$; верно обосновано, что $f(x) = x + 1$ является инъективным, но не сюръективным отображением; указаны образ множества A и прообраз элемента 5; приведён пример биекции между A и $\{1, 2, 3, 4, 5\}$; все выводы аргументированы.

Задание № 2. «Свойства действительных чисел» (к теме 1.2)

Элемент контроля: Свойства действительных чисел. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — найдены $\sup$ и $\inf$, но допущены ошибки в доказательствах или в применении аксиомы Архимеда; 5 — верно записано множество X в виде интервала, найдены $\sup X$ и $\inf X$ с объяснением принадлежности; найдены $\sup Y$ и $\inf Y$, доказано с использованием аксиомы Архимеда, что $\inf Y = 0$; приведён пример ограниченного сверху множества без максимума; сформулирован принцип полноты; сделан правильный вывод об отсутствии точной верхней грани в Q для множества $\{x \in Q \mid x^2 < 2\}$. Комментарий к уровню «5»: Множество $X = (0, 2)$ записано верно, указано, что $\sup X = 2$, $\inf X = 0$, оба не принадлежат множеству; для Y доказано, что $\inf Y = 0$ на основе аксиомы Архимеда; приведён корректный пример множества $(0, 1)$; принцип полноты сформулирован точно; верно указано, что множество $\{x \in Q \mid x^2 < 2\}$ не имеет верхней грани в Q .

Задание № 3. «Сходимость числовых последовательностей» (к теме 1.3)

Элемент контроля: Сходимость числовых последовательностей. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — найден предел a_n , но допущены ошибки в ε -доказательстве или в применении критерия Коши; 5 — верно вычислен предел $a_n = 2$; выполнено строгое ε -доказательство с указанием $N(\varepsilon)$; правильно исследована $b_n = (-1)^n$ на отсутствие предела; проверена c_n по критерию Коши с полным обоснованием; определено, что a_n является монотонной и ограниченной. Комментарий к уровню «5»: Предел a_n вычислен верно; в ε -доказательстве корректно получено неравенство $5/(n+3) < \varepsilon$ и найдено N ; для b_n показано, что подпоследовательности сходятся к разным пределам; для c_n выполнена проверка критерия Коши: $|c_n - c_m| < \varepsilon$; установлено, что a_n монотонно убывает и ограничена снизу.

Задание № 4. «Вычисление пределов функций» (к теме 1.4)

Элемент контроля: Предел функции. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — предел вычислен верно, но доказательство по одному из определений выполнено с ошибками; 5 — найдена область определения функции; вычислен предел $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$; приведено доказательство по определению Гейне с использованием произвольной последовательности $x_n \rightarrow 1$; приведено доказательство по определению Коши с явным указанием $\delta = \varepsilon$; сделан правильный вывод о том, что функция не является непрерывной в точке $x = 1$. Комментарий к уровню «5»: Область определения $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; предел вычислен после сокращения дроби; в доказательстве по Гейне корректно показано, что для любой $x_n \rightarrow 1$, $x_n \neq 1$, выполняется $f(x_n) \rightarrow 2$; в доказательстве по Коши выбрано $\delta = \varepsilon$; указано, что $f(1)$ не существует, следовательно, функция терпит устранимый разрыв.

Задание № 5. «Вычисление замечательных пределов» (к теме 1.5)

Элемент контроля: Замечательные пределы. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — пределы вычислены, но допущены ошибки в приведении к замечательным пределам; 5 — верно определён тип неопределённости для каждого предела; пределы 1, 2 и 5 сведены к первому замечательному пределу; пределы 3 и 4 сведены ко второму замечательному пределу; используя результат предела 1, вычислена производная $\sin x$ в точке 0, равная 1. Комментарий к уровню «5»: Для предела 1 выполнено приведение $\sin(3x)/x = 3 \cdot \sin(3x)/(3x)$; для предела 2 использована формула $(1 - \cos x)/x^2 = 1/2$; для предела 3 использован второй замечательный предел; для предела 4 выполнена замена $t = 2x$; предел 5 сведён к первому замечательному; производная $(\sin x)'$ при $x=0$ вычислена как $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x - \sin 0)/(x - 0) = 1$.

Задание № 6. «Исследование непрерывности функций» (к теме 1.6)

Элемент контроля: Непрерывность функций. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — односторонние пределы найдены, но классификация разрыва выполнена с ошибками; 5 — найдена область определения функции; вычислены односторонние пределы: $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$; проверено условие непрерывности и сделан вывод, что в точке $x=0$ разрыв первого рода (скачок), так как $f(0)=2 \neq 1$; найдены и классифицированы точки разрыва для $f(x)=1/(x^2-1)$. Комментарий к уровню «5»: Область определения — все действительные числа; односторонние пределы в точке 0 вычислены верно; указано, что условие непрерывности нарушено, так как предел не равен значению функции; для $f(x)=1/(x^2-1)$ найдены точки $x=\pm 1$, которые являются точками разрыва второго рода, так как односторонние пределы бесконечны.

Задание № 7. «Вычисление производных» (к теме 1.7)

Элемент контроля: Вычисление производных. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — производные вычислены, но допущены ошибки в применении правил дифференцирования; 5 — верно определено правило

дифференцирования для каждой функции; вычислены все производные: $y_1' = 20x^3 - 6x + 2$, $y_2' = 3x^2 \cos x - x^3 \sin x$, $y_3' = 7/(x+3)^2$, $y_4' = 3e^{(3x)} \sin 2x + 2e^{(3x)} \cos 2x$, $y_5' = 4x/(2x^2+1)$; для сложных функций указаны внутренние и внешние функции; найден дифференциал $dy = y_4' \cdot dx$. Комментарий к уровню «5»: Для функции 2 применено правило $(uv)' = u'v + uv'$; для функции 3 — правило $(u/v)' = (u'v - uv')/v^2$; для функции 4 указаны внутренняя функция $3x$ и $2x$; для функции 5 указана внутренняя функция $2x^2+1$; дифференциал dy записан как произведение производной на dx .

Задание № 8. «Теоремы о среднем и правило Лопиталья» (к теме 1.8)

Элемент контроля: Теоремы о среднем, правило Лопиталья. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — теорема Лагранжа применена, но правило Лопиталья использовано с нарушениями; 5 — сформулирована теорема Лагранжа и проверены её условия для $f(x)=x^2-2x$ на $[0,2]$; найдено $c=1$ и дана геометрическая интерпретация; для всех пределов определён тип неопределённости и корректно применено правило Лопиталья (при необходимости несколько раз); проверены условия применимости правила; для предела $x \cdot \ln x$ выполнено преобразование к виду $0/0$. Комментарий к уровню «5»: Теорема Лагранжа сформулирована точно; для $f(2)-f(0)=0$ получено $c=1$; указано, что касательная в точке $(1,-1)$ параллельна секущей; для пределов получены значения: $1/2, 0, 0$; правило Лопиталья применено только после проверки выполнения условий.

Задание № 9. «Формула Тейлора и её приложения» (к теме 1.9)

Элемент контроля: Формула Тейлора. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — разложение выполнено, но допущены ошибки в вычислении производных или в оценке погрешности; 5 — вычислены значения производных $f(x)=\cos x$ до 4-го порядка в точке $x_0=0$; записан многочлен Тейлора 4-й степени: $1 - x^2/2 + x^4/24$; записан остаточный член в форме Пеано; вычислено приближённое значение $\cos 0,2 \approx 0,980067$ (совпадает с табличным до 6 знаков); выполнена оценка погрешности с использованием остаточного члена в форме Лагранжа. Комментарий к уровню «5»: Производные в нуле вычислены верно: $f(0)=1$, $f'(0)=0$, $f''(0)=-1$, $f'''(0)=0$, $f^{(4)}(0)=1$; многочлен записан правильно; для $x=0,2$ получено значение $0,980067$; остаточный член $R_4(x)$ оценён, показано, что погрешность не превышает $0,000001$.

Задание № 10. «Исследование функции и построение графика» (к теме 1.10)

Элемент контроля: Исследование функции. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — исследование выполнено, но график построен с неточностями; 5 — выполнено полное исследование функции $f(x)=(x-1)^2/(x+1)$: найдена область определения и точка разрыва $x=-1$; исследована чётность/нечётность; найдены вертикальная асимптота $x=-1$ и наклонная асимптота $y=x-3$; найдены интервалы монотонности и точки экстремума; найдены интервалы выпуклости и точки перегиба; построен график с указанием всех характерных точек и асимптот. Комментарий к уровню «5»: Область определения $D(f)=\mathbb{R} \setminus \{-1\}$; функция не является чётной/нечётной; вертикальная асимптота $x=-1$; наклонная асимптота $y=x-3$; первая производная $f'(x)=(x^2+2x-3)/(x+1)^2$, критические точки $x=-3, x=1$; вторая производная $f''(x)=8/(x+1)^3$, точка перегиба отсутствует; график построен аккуратно с учётом всех асимптот.

Задание № 11. «Вычисление неопределённых интегралов» (к теме 1.11)

Элемент контроля: Неопределённый интеграл. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — интегралы вычислены, но допущены ошибки в выборе метода или в проверке; 5 — для каждого интеграла верно определён метод интегрирования; вычислены все интегралы: x^3-2x^2+x+C ; $(2x+1)^4/8+C$; $e^x \ln(x-1)+C$; $x \cdot \ln x - x + C$; $(1/2) \cdot \arctg(x/2)+C$; для интеграла 3 выполнено интегрирование по частям с правильным выбором u и dv ; для интеграла 5 выполнена замена переменной; выполнена проверка дифференцированием для интегралов 2 и 4. Комментарий к уровню «5»: Для интеграла 3 выбрано $u=x$, $dv=e^x dx$; $du=dx$, $v=e^x$; получен верный ответ. Для интеграла 5 выполнена замена $t=x/2$, $dx=2dt$; получен ответ. Проверка дифференцированием для интеграла 2 даёт $(2x+1)^3$, для интеграла 4 — $\ln x$.

Задание № 12. «Определённый интеграл Римана» (к теме 1.12)

Элемент контроля: Определённый интеграл. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — интегралы вычислены, но допущены ошибки в применении формулы Ньютона-Лейбница; 5 — найдены первообразные для всех подынтегральных функций; вычислены интегралы: $0, 1/2, 2, 1, 0$; для интеграла 5 дано объяснение, что результат равен нулю из-за нечётности подынтегральной функции; записано свойство линейности и проверено на интеграле 1; для интеграла 4 проверена формула интегрирования по частям. Комментарий к уровню «5»: Все первообразные найдены верно; значения интегралов вычислены корректно; для интеграла 5 указано, что x^3 — нечётная функция, интеграл по симметричному промежутку равен нулю; линейность $\int_0^1 (3x^2-2x)dx = 3\int_0^1 x^2 dx - 2\int_0^1 x dx$ проверена; для интеграла 4 выполнена проверка интегрирования по частям.

Задание № 13. «Исследование несобственных интегралов» (к теме 1.13)

Элемент контроля: Несобственные интегралы. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — интегралы исследованы, но допущены ошибки в определении типа или в вычислениях; 5 — для каждого интеграла определён тип несобственности; вычислены интегралы и сделан вывод о сходимости/расходимости: 1 — сходится (1), 2 — расходится, 3 — сходится (2), 4 — сходится (1), 5 — сходится ($\pi/4$); для интеграла 2 доказана расходимость; сформулирован интегральный признак сравнения; для интеграла 5 выполнена замена $x = \tg t$. Комментарий к уровню «5»: Интегралы 1, 4, 5 — с бесконечным верхним пределом; интеграл 2 расходится, так как $\int_1^b dx/x = \ln b \rightarrow \infty$; интеграл 3 — с особенностью в 0; интеграл 5 вычислен через замену $x = \tg t$, результат $\pi/4$; интегральный признак сформулирован верно.

Задание № 14. «Функции нескольких переменных» (к теме 1.14)

Элемент контроля: Функции нескольких переменных. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — частные производные найдены, но допущены ошибки в исследовании экстремума или предела; 5 — найдены частные производные $\partial z/\partial x = 2x-2$, $\partial z/\partial y = 2y-4$; найдена стационарная точка $(1;2)$; вычислены вторые производные; проверены достаточные условия экстремума; сделан вывод о наличии локального минимума в точке $(1;2)$; вычислен предел $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2y)/$

$(x^2+y^2)=0$. Комментарий к уровню «5»: Частные производные вычислены верно; стационарная точка найдена из системы $2x-2=0$, $2y-4=0$; вторые производные: $\partial^2 z/\partial x^2=2$, $\partial^2 z/\partial y^2=2$, $\partial^2 z/\partial x\partial y=0$; $D = 4 > 0$, $\partial^2 z/\partial x^2 > 0 \rightarrow$ минимум; предел вычислен с использованием неравенства $|x^2y/(x^2+y^2)| \leq |y| \rightarrow 0$.

Задание № 15. «Исследование числовых рядов» (к теме 1.15)

Элемент контроля: Числовые ряды. Критерий: ОПК-1.2. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — ряды исследованы, но допущены ошибки в применении признаков; 5 — определён вид каждого ряда; для рядов 1 и 3 применён признак сравнения или интегральный признак, сделан вывод о сходимости; для ряда 2 — признак сравнения с гармоническим рядом, вывод о расходимости; для ряда 4 применён признак Лейбница, определена условная сходимость; для ряда 5 применён радикальный признак Коши, предел равен $1/e < 1$, ряд сходится; сформулирован необходимый признак сходимости и проверен для всех рядов. Комментарий к уровню «5»: Ряд 1 сходится ($p=2>1$); ряд 2 расходится; ряд 3 сходится по признаку сравнения с геометрической прогрессией; ряд 4 сходится условно (по Лейбницу, но не абсолютно, так как ряд из модулей расходится); ряд 5 сходится по радикальному признаку; необходимый признак выполнен для всех рядов.

РАЗДЕЛ 2. КЕЙСЫ (№ 1–5)

ОПК-1.2 Кейс № 1. Модель распространения информации (логистическая кривая) (к теме 1.3)

Элемент контроля: Предел последовательности, производная логистической функции. Критерий: ОПК-1.1. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — предел найден, но допущены ошибки в вычислении производной или в определении точки максимальной скорости; 5 — верно найден предел $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 1\,000\,000$ с правильной интерпретацией как насыщения рынка; найдена производная $N'(t) = (1\,000\,000 \cdot 99 \cdot 0,2 \cdot e^{-(0,2t)}) / (1 + 99e^{-(0,2t)})^2$; определён день $t \approx 22,9$ (максимальная скорость роста при $N = 500\,000$); вычислено число скачиваний в этот день $\approx 500\,000$; построен качественный график логистической кривой с указанием точки перегиба. Комментарий к уровню «5»: Предел найден верно и правильно интерпретирован как максимальное число пользователей; производная вычислена корректно; использовано свойство логистической кривой: точка максимальной скорости роста достигается при $N = L/2 = 500\,000$, откуда найден t ; график построен с указанием характерных точек.

ОПК-1.2 Кейс № 2. Анализ скорости загрузки сайта (производная как скорость процесса) (к теме 1.7)

Элемент контроля: Производная и дифференциал. Критерий: ОПК-1.1. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — производная найдена, но допущены ошибки в интерпретации или в вычислении дифференциала; 5 — найдена производная $T'(N) = N + 20$, интерпретирована как скорость роста времени загрузки на одного дополнительного пользователя; вычислены значения $T'(10) = 30$ мс/пользователь и $T'(40) = 60$ мс/пользователь; объяснено, что рост ускоряется из-за линейного роста производной; найден дифференциал $dT = 42$ мс при $\Delta N = 2$, точное приращение $\Delta T = 42$ мс; сформулирована рекомендация по увеличению мощности сервера. Комментарий к уровню «5»: Производная вычислена верно; дана правильная интерпретация роста скорости; значения производной в точках вычислены корректно; объяснено, что ускорение связано с квадратичным членом; дифференциал $dT = T'(20) \cdot 2 = 42$; точное приращение $T(22) - T(20) = 42$, совпадение, так как функция квадратичная; рекомендация сформулирована на основе решения уравнения $T(N) \leq 1000$.

ОПК-1.2 Кейс № 3. Качество рекомендательной системы (метрика и оптимизация) (к теме 1.10)

Элемент контроля: Исследование функции на экстремум. Критерий: ОПК-1.1. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — функция $F(p)$ составлена, но допущены ошибки в нахождении производной или в определении максимума; 5 — записана формула $F(p) = 2p(1-p)/(p+1-p) = 2p(1-p)$; найдена производная $F'(p) = 2 - 4p$; найдена критическая точка $p = 0,5$; проверено, что $F''(p) = -4 < 0$, следовательно, в точке $p = 0,5$ максимум; вычислено максимальное значение $F(0,5) = 0,5$; объяснено, что при $p=0$ или $p=1$ F-мера равна 0. Комментарий к уровню «5»: Формула F-меры упрощена верно; производная найдена корректно; критическая точка определена; максимум подтверждён знаком второй производной; значение $F(0,5) = 0,5$; дано объяснение, что при крайних значениях p один из сомножителей равен нулю.

ОПК-1.2 Кейс № 4. Оптимизация SQL-запроса и оценка сложности (интегралы для приближенных вычислений) (к теме 1.12)

Элемент контроля: Определённый интеграл. Критерий: ОПК-1.1. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — интеграл составлен, но допущены ошибки в вычислениях или в интерпретации; 5 — записана функция сложности $S(t) = (100+5t)(200+3t) = 20000 + 1300t + 15t^2$; вычислен интеграл $S = \int_{10}^{20} (20000 + 1300t + 15t^2) dt$; найдено значение $S = 20000 \cdot 10 + 650 \cdot (400 - 100) + 5 \cdot (8000 - 1000) = 200000 + 195000 + 35000 = 430000$; найдено среднее значение функции $= 430000/10 = 43000$; объяснено, что интеграл даёт точную сумму переменной величины, а среднее конечных точек — лишь приближение. Комментарий к уровню «5»: Произведение раскрыто верно; интеграл вычислен по формуле Ньютона-Лейбница; все арифметические расчёты верны; среднее значение найдено корректно; дано правильное объяснение, почему интеграл необходим для учёта непрерывного изменения нагрузки.

ОПК-1.2 Кейс № 5. Рекурсивные алгоритмы и числовые ряды (анализ сходимости) (к теме 1.15)

Элемент контроля: Числовые ряды. Критерий: ОПК-1.1. Уровни (0–5): 0 — не выполнено; 3 — ряды исследованы, но допущены ошибки в применении признаков или в интерпретации результатов; 5 — записан ряд $\sum 100/n$; сделан вывод о расходимости (гармонический ряд) — суммарные потери бесконечно растут; исследован ряд $\sum 100/n^2$, сделан вывод о сходимости ($p=2>1$), объяснена роль квадратичной регуляризации; найдено n , начиная с которого $100/n < 0,001 \Rightarrow n > 100000$; сделан вывод о необходимости остановки алгоритма. Комментарий к уровню «5»: Ряд $\sum 100/n$ правильно идентифицирован как гармонический с расходящимся характером; для ряда $\sum 100/n^2$ использован признак Дирихле ($p=2>1$), сделан вывод о сходимости; объяснено, что квадратичная регуляризация делает сумму потерь конечной; порог $n = 100000$ найден верно; сделан практический вывод о необходимости ранней остановки обучения.

Тест

Корректность ответов на вопросы: $\geq 90\%$ правильных ответов — 5; /75–89% — 4; /60–74% — 3; /< 60% — 2.**6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)****6.1. Рекомендуемая литература**

Основная литература

1. Мачулис, В. В. Высшая математика : учебное пособие для вузов / В. В. Мачулис. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 306 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01277-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537916>.
2. Бугров, Я. С., Никольский, С. М. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 281 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03009-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559915>.
3. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 309 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09021-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561012>.
4. Хорошилова, Е. В. Математический анализ: неопределенный интеграл : учебное пособие для вузов / Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 187 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05715-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/473162>.
5. Аксенов, А. П. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : учебник для вузов / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 241 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7420-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561691>.
6. Муратова, Т. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 435 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00926-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510931>.
7. Прохоров, Ю. В., Пономаренко, Л. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 219 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14175-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/557837>.
8. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 271 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-2851-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489975>.
9. Хорошилова, Е. В. Высшая математика. Лекции и семинары : учебное пособие для вузов / Е. В. Хорошилова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 452 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09732-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517162>.
10. Логинова, В. В. и др. Математический анализ. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.] ; под общ. ред. Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 206 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11140-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/515513>.

Дополнительная литература

11. Сухотин, А. М., Тарбокова, Т. В. Высшая математика. Альтернативная методология преподавания : учебник для вузов / А. М. Сухотин, Т. В. Тарбокова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 223 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-20141-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561293>.
12. Бугров, Я. С., Никольский, С. М. Высшая математика. Задачник : учебное пособие для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 192 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7568-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/598484>.
13. Жуковский, В. И., Чикрий, А. А. Дифференциальные уравнения. Линейно-квадратичные дифференциальные игры : учебник для вузов / В. И. Жуковский, А. А. Чикрий ; отв. ред. В. А. Плотников. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 322 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05016-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.urait.ru/bcode/585822>.
14. Андрухаев, Х. М. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач : учебное пособие для вузов / Х. М. Андрухаев. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 177 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00900-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491173>.

6.2. Электронные учебные издания и электронные образовательные ресурсы

Э1	Сетевые ресурсы Государственного автономного учреждения культуры Свердловской области «Свердловская областная универсальная научная библиотека им. В.Г. Белинского». Режим доступа: https://book.urait.ru/el_library/resursy_dostup
Э2	Образовательная платформа Юрайт. Режим доступа: https://urait.ru/
Э3	Научная библиотека Cyberleninka. Режим доступа: https://cyberleninka.ru/

6.3.1 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

6.3.1.1	Операционная система Astra Linux
6.3.1.2	Офисная система LibreOffice

6.3.1.3	Система компьютерной алгебры и символьных вычислений; средства визуализации математических функций и 3D-графики; среда для численного моделирования и решения дифференциальных уравнений; инструменты для статистического анализа данных и проверки гипотез; система построения графиков и диаграмм; средства для работы с матрицами и векторами; инструменты для дискретного моделирования и теории графов; система для логического вывода и доказательства теорем; средства для вероятностного моделирования и имитационного моделирования
6.3.1.4	Контур.Класс
6.3.1.5	Контур.Толк
6.3.1.6	ИС:Университет ПРОФ
6.3.1.7	Среда электронного обучения 3LK (русский Moodle)

7. МТО (оборудование и технические средства обучения)	
7.1	Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой бакалавриата, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения:
7.2	Адрес (местоположение) учебных аудиторий Перечень оборудования и технических средств обучения
7.3	620014, Свердловская область, г.о. город Екатеринбург, г Екатеринбург, пр-кт Ленина, стр. 20а, этаж № 5, кабинет № 3 площадью 66,2 м² в помещении 501
7.4	Стол – 13 шт.
7.5	Стул – 25 шт.
7.6	ПК (с возможностью подключения к сети «Интернет») – 1 шт.
7.7	Телевизор (75”) – 1 шт.
7.8	Беспроводная система презентаций – 1 шт.
7.9	Спикерфон – 1 шт.
7.10	ПК (ноутбук) – 12 шт.
7.11	620014, Свердловская область, г.о. город Екатеринбург, г Екатеринбург, пр-кт Ленина, стр. 20а, этаж № 5, кабинет № 19 площадью 31,7 м² в помещении 501
7.12	Стол – 7 шт.
7.13	Стул – 13 шт.
7.14	ПК (с возможностью подключения к сети «Интернет») – 1 шт.
7.15	Магнитно-маркерная доска – 1 шт.
7.16	Телевизор (75”) – 1 шт.
7.17	620014, Свердловская область, г.о. город Екатеринбург, г Екатеринбург, пр-кт Ленина, стр. 20а, этаж № 5, кабинет № 21 площадью 35,6 м² в помещении 501
7.18	Стол – 7 шт.
7.19	Стул – 13 шт.
7.20	ПК (с возможностью подключения к сети «Интернет») – 1 шт.
7.21	Магнитно-маркерная доска – 1 шт.
7.22	Телевизор (75”) – 1 шт.
7.23	
7.24	Помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета:
7.25	Адрес (местоположение) помещения для самостоятельной работы обучающихся Перечень компьютерной техники и оборудования
7.26	620014, Свердловская область, г.о. город Екатеринбург, г Екатеринбург, пр-кт Ленина, стр. 20а, этаж № 5, кабинет № 5 площадью 44,3 м² в помещении 501
7.27	ПК (ноутбук) – 9 шт.
7.28	Стол – 11 шт.
7.29	Стул – 11 шт.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для успешного освоения дисциплины рекомендуется ознакомиться с рабочей программой, целями и задачами дисциплины, её связями с другими дисциплинами образовательной программы. Также рекомендуется изучить основную и дополнительную литературу, перечень заданий. Перед лекцией просматривать конспект предыдущей лекции для более глубокого восприятия материала. При подготовке к практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной и методической литературой, учесть рекомендации преподавателя. Важно также опираться на конспекты лекций. В ходе занятий вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных понятий, явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. При пропуске занятия самостоятельно изучить материал и предоставить преподавателю отчёт по пропущенной теме в часы индивидуальных консультаций. При подготовке к текущей аттестации тщательно изучать материал по блокам тем, акцентировать внимание на определениях, терминах, содержании понятий. Для этого рекомендуется использовать основную литературу, а также конспекты лекций, составленные в ходе изучения всей дисциплины. При подготовке к промежуточной аттестации в дополнение к изучению конспектов лекций, словарей, учебных пособий, целесообразно пользоваться учебной литературой, рекомендованной в программе, и электронными ресурсами. При подготовке к зачёту или экзамену организовать учёбу так, чтобы все виды работ и заданий, предусмотренные рабочей программой, были выполнены в срок. Основное в подготовке — это повторение всего материала учебной дисциплины.